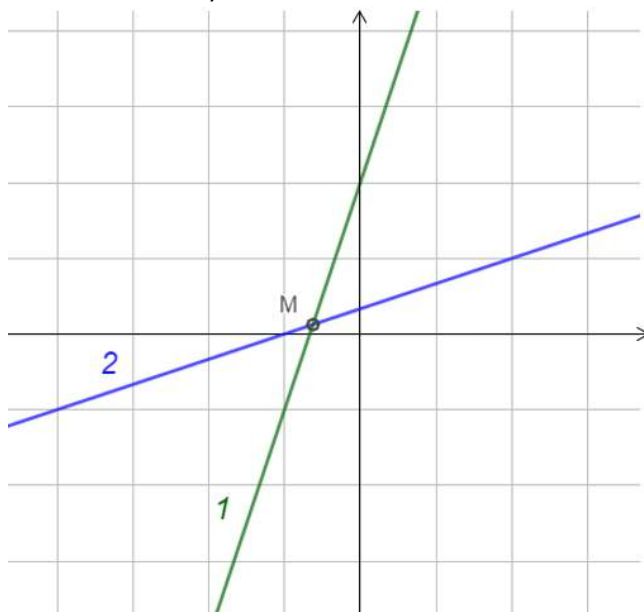


1. На рисунке даны графики линейных функций № 1 ($y=ax+b$) и № 2 ($y=cx+d$). (Каждый ответ – 1 балл.)



- a. Определите a .

Ответ: $a = 3$.

Решение. Выделим на графике две точки в вершинах клеток, расстояние между которыми одна клетка вправо и три клетки вверх. Значит, $a = 3/1 = 3$.

- b. Определите b .

Ответ: $b = 2$.

Решение. График пересекает ось y в точке $(0; 2)$. Значит, $b = 2$.

- c. Определите c .

Решение. Выделим на графике две точки в вершинах клеток, расстояние между которыми три клетки вправо и одна клетка вверх. Значит, $c = 1/3$.

- d. Определите d .

Ответ: $d = 1/3$.

Решение. Имеем $y = (1/3) \cdot x + d$. Заметим, что график проходит через точку $(-1; 0)$. Подставим в функцию $y = 0$; $x = -1$ и найдём d .

- e. Вычислите абсциссу точки M пересечения графиков.

Ответ: $-0,625$.

- f. Вычислите ординату точки M пересечения графиков.

Ответ: 0,125.

Решение. Координаты точки пересечения графиков – это решение системы

$$\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$$

- г. График функции $y = kx + s$ проходит через точку (2; 1) и перпендикулярен графику № 1. Определите k .

Ответ: $k = -1/3$.

Решение. Если два графика линейных функций перпендикулярны, то произведение их угловых коэффициентов равно -1 . Поскольку $a = 3$, то

$$k = -1/3.$$

- h. Определите s .

Ответ: $s = 5/3$.

Решение. Функция имеет вид $y = (-1/3) \cdot x + s$, её график проходит через точку (2; 1). Подставив в функцию $x = 2$; $y = 1$, получим $s = 5/3$.

2. Двое велосипедистов едут с постоянной одинаковой скоростью 18 км/ч и следуют на расстоянии 200 метров друг от друга. Потом начался длинный спуск, где они ехали с постоянной скоростью 45 км/ч, а затем затяжной подъем, который они преодолевали с постоянными равными скоростями. На подъеме расстояние между велосипедистами сократилось до 100 метров.

- а) Какое было расстояние между велосипедистами на спуске (в метрах)? (2 балла)

Ответ: 500.

Решение. 18 км/ч = 0,3 км/мин = 300 м/мин.

45 км/ч = 0,75 км/мин = 750 м/мин.

Рассмотрим интервал времени от момента въезда первого велосипедиста на спуск до момента въезда второго велосипедиста на спуск. Этот интервал равен $200 \text{ м} : 300 \text{ м/мин} = 2/3 \text{ мин}$. За это время первый велосипедист уедет на расстояние $2/3 \text{ мин} \cdot 750 \text{ м/мин} = 500 \text{ м}$.

- б) С какой скоростью велосипедисты ехали на подъеме (в км/ч)? (3 балла)

Ответ: 9.

Решение. При въезде на подъём расстояние между велосипедистами сократилось на $500 - 100 = 400 \text{ м}$. Это произошло за счёт того, что пока второй ехал последние 500 м на спуске с прежней скоростью 750 м/мин (в течение $2/3$ минуты), скорость первого уже упала. Она упала на $400 : 2/3 = 600 \text{ м/мин} = 0,6 \text{ км/мин} = 36 \text{ км/ч}$ и стала составлять $45 - 36 = 9 \text{ км/ч}$.

3. А) (1 балл, если оба ответа верные, иначе 0) В ряд написаны 10 чисел. Первое число равно 2. Сумма любых двух соседних чисел одна и та же. Какое число можно узнать точно – восьмое, девятое или десятое?

Ответ: девятое.

Чему оно равно?

Ответ: 2.

Решение. Обозначим второе число a . Сумма первых двух чисел равна $2+a$, и это же сумма любых двух соседних чисел. Получаем такой ряд: $2; a; 2; a; 2; \dots$ Значит, на всех нечётных местах, в том числе на девятом, стоит 2 , а на чётных местах стоит неизвестное нам число.

Б) (3 балла, если оба ответа верные, иначе 0). В ряд написаны 10 чисел. Первое число равно 3. Сумма любых трёх соседних чисел одна и та же. Какое число можно узнать точно – восьмое, девятое или десятое?

Ответ: десятое.

Чему оно равно?

Ответ: 3.

Решение. Обозначим второе число a , а третье b . Сумма любых трёх чисел равна $3+a+b$.

Выпишем числа подряд: $3; a; b; 3; a; b; 3; a; b; 3$. Значит, восьмое и девятое числа могут быть разными, а десятое число равно 3.

В) (3 балла, если оба ответа верные, иначе 0.) В ряд написаны 10 чисел. Первое число равно 4. Любое число, кроме первого и последнего, равно произведению двух соседних с ним чисел (левого и правого). Какое число можно узнать точно – восьмое, девятое или десятое?

Ответ: десятое.

Чему оно равно?

Ответ: $1/4$.

Решение. Заметим, что если подряд идут числа $x; y; z$, то по условию $y=xz$, т.е. $z=y/x$.

Обозначим второе число a и будем последовательно выражать по этой формуле следующие числа через предыдущие. Получим: $4; a; a/4; 1/4; 1/a; 4/a; 4; a; a/4; 1/4$. Значит, восьмое и девятое числа могут быть разными, а десятое число равно $1/4$.