

## Решения задач работы по выбору по математике

1. Решите пропорцию:  $\frac{7,5}{3} = \frac{6\frac{1}{4}}{x}$ .

Решение. По основному свойству пропорции  $7,5x = 6\frac{1}{4} \cdot 3$ ,

$$x = 6\frac{1}{4} \cdot 3 : 7,5,$$

$$x = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

2. Решите уравнение:  $1,7k - 0,3(k - 5) = 2\frac{4}{5} - 0,1(k + 4)$ .

Решение. Раскроем скобки и приведем подобные:  $1,5k = 0,9$ ,

откуда  $k = \frac{3}{5}$ .

Ответ: 0,6.

3. Периметр прямоугольника 180 м. Если его длину увеличить на 20 м, а ширину уменьшить на 10 м, то его площадь увеличится на 100 м<sup>2</sup>. Найдите длину и ширину исходного прямоугольника, ответ дайте в метрах.

Решение. Примем за  $x$  длину исходного прямоугольника. Его периметр равен удвоенной сумме длины и ширины и составляет 180. Полупериметр, равный сумме длины и ширины, составит 90, значит ширина исходного прямоугольника равна  $90 - x$ . Площадь исходного прямоугольника  $x \cdot (90 - x)$ .

В новом прямоугольнике длина равна  $x + 20$ , а ширина  $90 - x - 10 = 80 - x$ . Тогда площадь нового треугольника  $(x + 20) \cdot (80 - x)$ .

Составим уравнение, связывающее площади прямоугольников:

$$x \cdot (90 - x) + 100 = (x + 20) \cdot (80 - x).$$

После раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых получим  $30x = 1500$ ,  $x = 50$ , значит длина исходного прямоугольника 50 м, а ширина 40 м.

Ответ: исходный прямоугольник имеет длину 50 м и ширину 40 м.

4. Чему равно наименьшее значение выражения  $x^2 - 8x + 5$ ? При каких значениях переменной оно достигается?

Решение. Прибавим и вычтем 16 и выделим полный квадрат:

$$x^2 - 8x + 16 - 16 + 5 = (x^2 - 8x + 16) - 16 + 5 = \textcolor{red}{i}.$$

Выражение  $\textcolor{red}{i}$  неотрицательно, его наименьшее значение равно нулю и достигается при  $x = 4$ . Выражение  $\textcolor{red}{i}$  имеет минимальное значение  $-11$  при  $x = 4$ .

Ответ:  $-11$  при  $x=4$ .

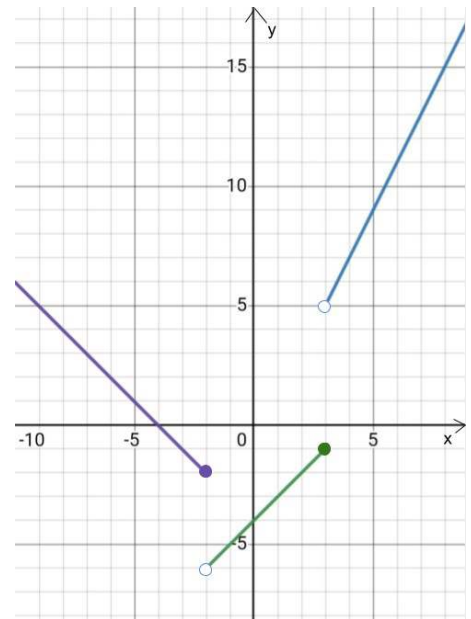
5. Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x > 3 \\ x - 4, & -2 < x \leq 3; \\ -x - 4, & x \leq -2 \end{cases}$$

При каких значениях аргумента значения функции отрицательны? Ответ дайте в виде двойного неравенства.

Решение. График  $f(x)$  приведен на чертеже. По графику можно определить, что  $f(x) < 0$  при  $-4 < x \leq 3$ .

Ответ:  $-4 < x \leq 3$ .



6. Вася выписал все числа от 1 до 2023. На сколько больше было записано единиц, чем троек?

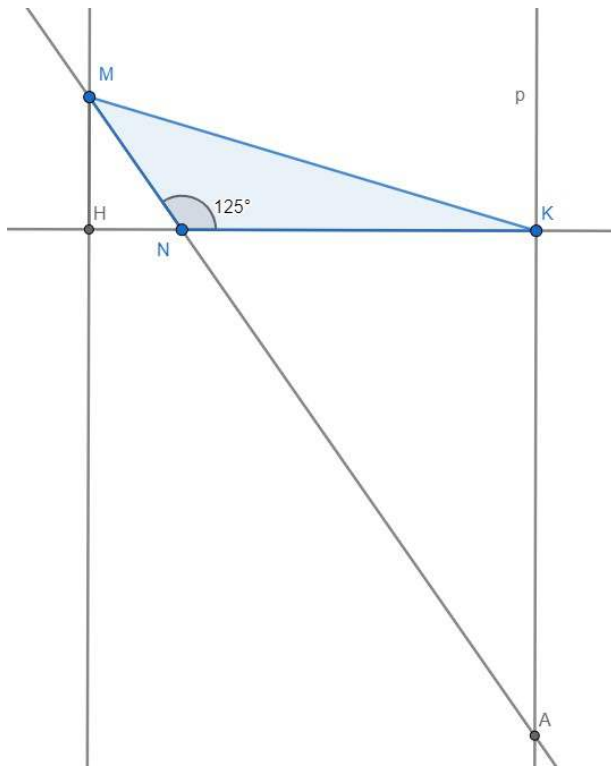
Решение. В записи чисел от 1 до 999 единиц и троек использовано поровну: по десять в разряде десятков и по 10 в разряде единиц. Для чисел от 1000 до 1999 использовано на 1000 единиц больше, так как единицы стоят у каждого числа в старшем разряде, а в остальных разрядах единиц и троек поровну. С 2000 по 2023 единиц больше на 10, так как с 2010 по 2019 единица стоит в разряде десятков у каждого числа, а в остальных разрядах снова поровну. Всего единиц написано на 1010 больше.

Ответ: единиц на 1010 больше, чем троек.

7. В треугольнике  $MNK$  угол  $N$  равен  $125^\circ$ . Через вершину  $K$  провели прямую  $p$ , параллельную высоте  $MN$ . Найдите меньший угол между прямыми  $MN$  и  $p$ .

Решение.

Выполним чертеж и обозначим точку пересечения прямых  $p$  и  $MN$  буквой  $A$ .



Для треугольника MHN угол MNK является внешним и равен сумме двух других углов, не смежных с ним:  $\angle MNK = \angle NMH + \angle MHN$ . MH - высота треугольника MNK, поэтому  $\angle MHN = 90^\circ$ . Вычислим величину  $\angle NMH = 125^\circ - 90^\circ = 35^\circ$ .

Прямые MH и p параллельны по условию, поэтому  $\angle NMH = \angle NAK$  как накрест лежащие углы при двух параллельных прямых MH и p и секущей MA. Значит  $\angle NAK = 35^\circ$ . Это острый угол между прямыми p и MN, смежный с ним будет тупым, поэтому  $\angle NAK = 35^\circ$  и есть искомый угол.

**Ответ:**  $35^\circ$

8. Имеются два раствора кислоты в воде, содержащие 40% и 60% кислоты соответственно. Смешав эти растворы и добавив 5 кг воды, получили 20% раствор. Если бы вместо воды добавили 5 кг 80% раствора, то получился бы 70% раствор. Сколько килограммов 60% раствора кислоты было первоначально?

**Решение.** Пусть  $x$  и  $y$  – массы растворов, содержащих 40% и 60% кислоты соответственно. Тогда в первом растворе содержится  $0,4x$  кг чистой кислоты, а во втором  $0,6y$  кг.

Когда смешали два раствора с 5 кг воды, то масса полученной смеси стала равна  $(x+y+5)$  кг, а масса чистой кислоты не изменилась. По условию задачи в полученной смеси кислота составляла 20%, то есть  $0,2(x+y+5)$  кг. Запишем первое уравнение:  $0,4x + 0,6y = 0,2(x+y+5)$ .

Если бы вместо воды добавили 5 кг 80% раствора, то масса кислоты увеличилась бы на  $0,8 \cdot 5$  кг = 4 кг, а масса всего раствора составила бы снова  $(x+y+5)$  кг. По условию в получившемся на этот раз растворе кислота

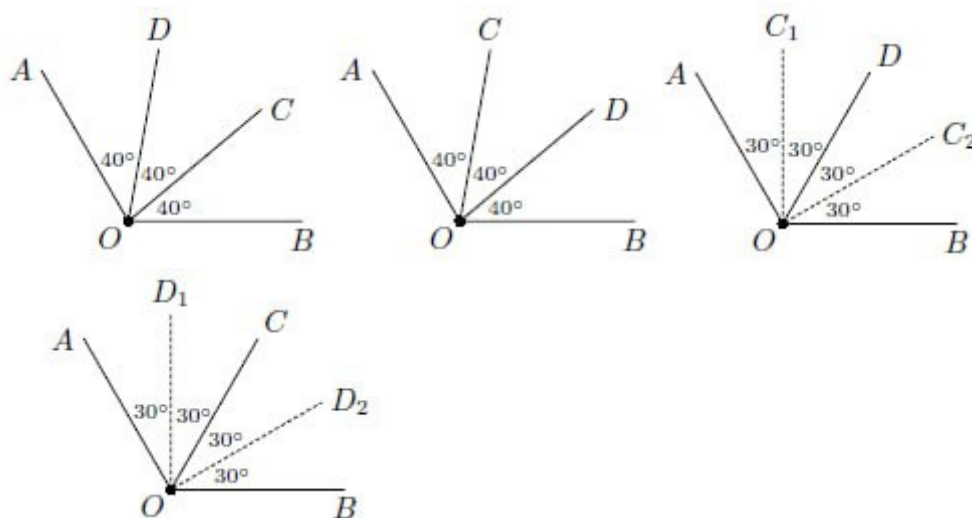
составляла бы 70%, то есть  $0,7(x+y+5)$  кг. Второе уравнение:  $0,4x+0,6y+4=0,7(x+y+5)$ .

Объединим оба уравнения в систему и найдем  $x$  и  $y$ . Получим  $x=1$  и  $y=2$ . Значит масса шестидесятипроцентного раствора равна 2 кг.

Ответ: 2 кг.

9. Внутри угла  $AOB$ , равного  $120^\circ$ , проведены лучи  $OC$  и  $OD$  так, что каждый из них является биссектрисой какого-то из углов, получившихся на чертеже. Найдите величину угла  $AOC$  (укажите все возможные варианты).

Решение. Всевозможные варианты построения лучей  $OC$  и  $OD$  приведены на чертежах:

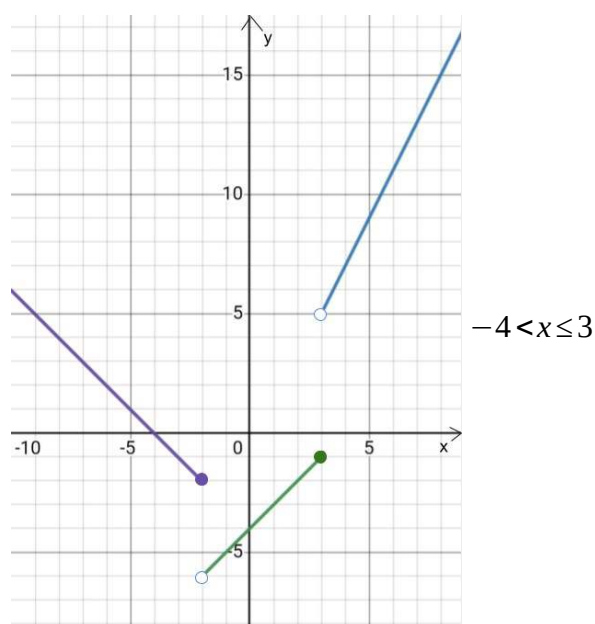


Ответ:  $30^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ .

### Ответы и критерии

- 2,5. Верное решение – 1 балл
- $\frac{3}{5}$  или 0,6. Верное решение – 2 балла. Арифметическая ошибка в последнем действии – 1 балл.

3. Длина 50 м, ширина 40 м. Верное решение – 2 балла, верно построенная математическая модель, но решение содержит арифметическую ошибку – 1 балл.
4. –11. Верное решение – 2 балла, верно выделен полный квадрат, но решение содержит арифметическую ошибку – 1 балл.



5. . Верно построенный график и верно указанный промежуток – 2 балла. Только верный график – 1 балл.
6. 1010. Верное решение – 3 балла, правильный ход решения, но допущена арифметическая ошибка – 2 балла. Изложена идея, но решение не доведено до конца – 1 балл.
7. 35 градусов. Верное решение – 3 балла. В целом верное решение, но содержится арифметическая ошибка, – 2 балла. Верно выполнен чертеж, но дальнейшего продвижения нет – 1 балл.
8. 2 кг. Верное решение – 3 балла. В целом верное решение, но содержится арифметическая ошибка – 2 балла. Верно составлена математическая модель, но дальнейшее решение неверно – 1 балла.
9.  $30^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ . Найдены все возможные значения углов – 3 балла, отсутствует один вариант – 2 балла, отсутствует два варианта – 1 балла.