

7 класс. Математика. Задание по выбору. 20 баллов.

Серия «В путь!»

Задача 1. В 10:00 Вася Куролесов вышел из города Карманова, а гражданин Лошаков — из города Курска. Между городами расстояние 18 км. Они пошли по одной дороге навстречу друг другу, Вася со скоростью 5 км/ч, а гражданин Лошаков — 4 км/ч. Они встретились в деревне Гадюкино и пошли дальше. Дойдя до Курска, Вася тут же развернулся и пошел обратно той же дорогой. Дойдя до Карманова, Лошаков сделал то же самое. Второй раз они встретились в деревне Ежово.

- 1) **{1 балл}** В котором часу они были в деревне Гадюкино?

Ответ: В 12 ч.

Решение: Скорость сближения Васи и гражданина Лошакова $5 + 4 = 9$ (км/ч).

Вместе они пройдут 18 км за $18 : 9 = 2$ (ч).

- 2) **{1 балл}** На каком расстоянии эта деревня от Курска?

Ответ: 8 км.

Решение: Лошаков шёл из Курска до Гадюкино 2 ч со скоростью 4 км/ч, значит, расстояние 8 км.

- 3) **{1 балл}** В котором часу они были в деревне Ежово?

Ответ: в 16 ч

Решение: От Гадюкино до Ежово они вдвоём пройдут расстояние Курск-Карманов дважды, а это $18 \cdot 2 = 36$ (км). На это им потребуется $36 : 9 = 4$ (ч).

- 4) **{1 балл}** На каком расстоянии эта деревня от Карманова?

Ответ: 6 км.

Решение: После встречи в Гадюкино гражданин Лошаков шёл до Карманова $10 : 4 = 2,5$ (ч). После этого ещё 1,5 ч он шёл обратно до Ежово, это $4 \cdot 1,5 = 6$ (км).

Задача 2. {3 балла} Два парохода вышли из пунктов A и B на озере навстречу друг другу. Первый раз они встретились на расстоянии a км от пункта A . Продолжив движение, они прибыли в пункты B и A соответственно и тут же пошли обратно. Второй раз они встретились на расстоянии b км от пункта B . Найдите расстояние между A и B .

Ответ: $3a-b$.

Решение. Заметим, что от старта до второй встречи прошло втрое больше времени, чем до первой. Действительно, от старта до первой встречи пароходы вместе покрыли расстояние от A до B (назовём его s). А между первой и второй встречами они вместе покрыли ещё расстояние $2s$, то есть всего $3s$, значит и времени втрое больше прошло.

Первый пароход до первой встречи прошёл расстояние a , а до второй встречи — расстояние $(s+b)$. Отсюда $3a=s+b$. Т.е. $s=3a-b$.

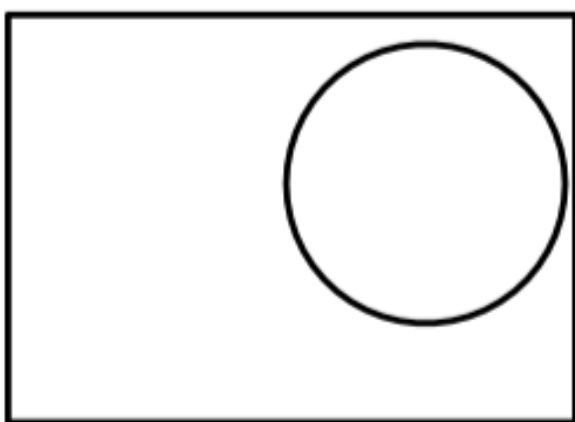
Серия «Бутерброды»

- 1) **{1 балл}** Петя принёс в школу прямоугольный кусок пирога. Сколькими способами можно разделить его пополам (по прямой линии от края до края)?

Ответы: 1 2 3 4 6 8 **Больше десяти** Разделить невозможно Не хватает данных, чтобы ответить.

Решение. Любая прямая, проходящая через центр, делит прямоугольник на две равные фигуры.

- 2) **{2 балла}** На следующий день Петя принёс в школу бутерброд – прямоугольный кусок хлеба с круглым куском колбасы, который лежал в углу хлеба. Сколькими способами можно разделить его пополам (по прямой линии от края до края)? Нужно порезать пополам и хлеб, и колбасу.



Ответы: **1** 2 3 4 6 8 Больше десяти Разделить невозможно Не хватает данных, чтобы ответить.

Решение. Проведём прямую через центр прямоугольника и центр круга. Она делит пополам и прямоугольник и круг. Любая другая прямая не проходит через один из центров и значит, делит не пополам одну из фигур.

- 3) **{3 балла}** Через день Петя принёс в школу продвинутый бутерброд – прямоугольный кусок хлеба с круглым куском колбасы и квадратным куском сыра, которые лежали в разных углах хлеба. Сколькими способами можно разделить его пополам (по прямой линии от края до края)? Нужно порезать пополам и хлеб, и колбасу, и сыр.

Ответы: 1 2 3 4 6 8 Больше десяти Разделить невозможно **Не хватает данных, чтобы ответить.**

Решение. Если центры прямоугольника, круга и квадрата лежат на одной прямой, то по этой прямой и надо резать. Если же не лежат, то нет способа разделить пополам все три фигуры.

(За неполные ответы "1" или "разделить невозможно" – по 1 баллу.)

Серия «Все прямоугольники»

а) **{1 балл}** Сколько существует различных прямоугольников площади 12, длины сторон которых являются целыми числами?

Ответ: 3

Решение. Разложим 12 на пары множителей, *из которых первый не больше второго*.

$$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4.$$

Каждая пара задаёт стороны прямоугольника. (Понятно, что пары ab и ba определяют один и тот же прямоугольник.)

б) **{1 балл}** Сколько существует различных прямоугольников площади 100, длины сторон которых являются целыми числами?

Ответ: 5.

Решение. Будем действовать как в предыдущем пункте:

$$100 = 1 \cdot 100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25 = 5 \cdot 20 = 10 \cdot 10.$$

в) **{2 балла}** Сколько существует различных прямоугольников площади 1000, длины сторон которых являются целыми числами?

Ответ: 8.

$$\text{Решение. } 1000 = 1 \cdot 1000 = 2 \cdot 500 = 4 \cdot 250 = 5 \cdot 200 = 8 \cdot 125 = 10 \cdot 100 = 20 \cdot 50 = 25 \cdot 40.$$

г) **{3 балла}** Сколько существует различных прямоугольников площади 1440, длины сторон которых являются целыми числами?

Ответ: 18.

Здесь при переборе делителей легко ошибиться, поэтому будем рассуждать по-другому.

Разложим 1440 на простые множители: $1440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$. Заметим, что число 5 может входить в делитель двумя способами — либо в нулевой степени (не входит), либо в первой. Число 3 может входить в делитель в степени 0, 1 или 2 — всего 3 варианта. Число 2 может входить в делитель в любой степени от 0 до 5, то есть 6 вариантов. Итого получаем $2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ вариантов. Однако если мы учитываем только меньший делитель из пары, то надо взять вдвое меньше, то есть 18. (Число 1440 не квадрат, поэтому двух равных делителей в паре не будет.)