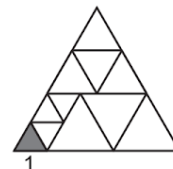


Автор работы _____

Будьте внимательны. В задачах требуется ответ или решение. Если в задаче требуется полное решение, то необходимо написать всю цепочку

рассуждений. Если выполнялись промежуточные вычисления, то они также должны быть отображены на чистовике.

1. **[2 балла]** Большой треугольник на рисунке разделен на маленькие треугольники. В каждом треугольнике все стороны одинаковы. Сторона закрашенного треугольника равна 1. Чему равен периметр большого треугольника? **Требуется только ответ.**



Ответ: 15 единиц.

Решение: Самый маленький треугольник имеет сторону, равную 1. Все треугольники равносторонние. Таких маленьких треугольников четыре штуки и они прилегают к одной стороне среднего по величине треугольника.

На чертеже видно, что сторона этого среднего треугольника равна двум сторонам маленького треугольника $1 + 1 = 2$. Значит у среднего треугольника сторона равна двум 2.

На нижней линии (стороне) самого большого треугольника расположились: один самый маленький (со стороной 1) и два средних (со стороной 2) $1 + 2 + 2 = 5$.

Это значит, что сторона самого большого треугольника равна пяти.

Зная, что в каждом треугольнике все стороны равные, вычисляем периметр большого сложением трёх одинаковых сторон: $5 + 5 + 5 = 15$.

2. **[2 балла]** У ведьмы живёт 30 животных: кошки, собаки и мыши. Ведьма превратила 6 собак в кошек, а потом превратила 5 кошек в мышек. После этого у неё стало поровну кошек, мышек и собак. Сколько кошек было сначала? **Требуется полное решение.**

Ответ: 9 кошек

Решение: Кошек, собак и мышей после всех превращений стало по $30 : 3 = 10$ штук. Количество кошек до превращения их в мышек равно: $10 + 5 = 15$ кошек. Количество кошек до момента, пока их не превратили в собак, равно: $15 - 6 = 9$. Значит кошек до всех превращений было ровно 9.

3. **[3 балла]** В классе 32 ученика, причем некоторые из них всегда лгут, а остальные говорят только правду. Каждый ученик получил за контрольную либо 3, либо 4, либо 5. Каждому ученику задали три вопроса:
- | | | | | |
|----|---------|----|----|----|
| 1) | Получил | ли | ты | 3? |
| 2) | Получил | ли | ты | 4? |
| 3) | Получил | ли | ты | 5? |

На первый вопрос утвердительно ответили 12 человек, на второй – 14 человек, на третий – 10. Сколько лжецов в классе? **Требуется полное решение.**

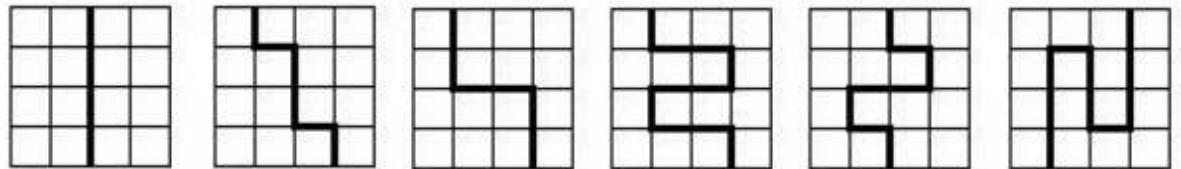
Ответ: 4 лжеца

Решение: Каждый лжец дважды ответил утвердительно, а каждый правдивый ответил утвердительно только один раз. Общее количество утвердительных ответов = $12 + 14 + 10 = 36$. Если бы в классе все говорили

правду, то утвердительных ответов было бы 32. Лишние утвердительные ответы в количестве $36-32=4$ получились за счёт лишнего утвердительного ответа каждого лжеца, поэтому лжецов в классе = 4.

4. **[3 балла]** Разделите квадрат размером 4×4 клетки на две равные части так, чтобы линия разрезов шла по сторонам клеток. Найдите все возможные способы решения. Фигуры, получившиеся при разных способах разрезания, должны быть разными. **Требуется только ответ.**

Ответ:



5. **[2 балла]** Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты и каждый пятый день ходит на охоту. Сегодня у Робинзона тяжёлый день: он должен делать все эти три дела. Когда у Робинзона будет следующий тяжёлый день? **Требуется полное решение.**

Ответ: Через 30 дней.

Решение: Поскольку Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты и каждый пятый день ходит на охоту, промежуток между двумя тяжёлыми днями должен состоять из числа дней, кратного 2, 3 и 5. Нас интересует следующий тяжёлый день, поэтому нужно выбрать наименьшее из таких чисел. Это число $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 = \text{НОК}(2, 3, 5)$

6. **[2 балла]** Автобусные билеты имеют шестизначные номера: от 000000 до 999999. Сколько номеров, все цифры которых нечётны? **Требуется полное решение.**

Ответ: $5^6 = 15625$.

Решение: Сначала поставим на первое место одну из 5 нечётных цифр, это можно сделать пятью способами. Для каждого из этих способов есть по пять возможностей поставить нечётную цифру на второе место, затем на третье, и т.д.. Всего получается $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6 = 15625$ способов составить шестизначный номер только из нечётных цифр.

7. **[3 балла]** Если Аня идёт в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она тратит полтора часа. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь у неё занимает 30 мин. Сколько времени потратит Аня на дорогу, если и в школу и из школы она будет идти пешком? **Требуется полное решение.**

Ответ: 2 ч 30 мин.

Решение: Из второго условия следует, что дорога в один конец на автобусе занимает 15 минут. Тогда из первого условия найдём, что дорога в один конец

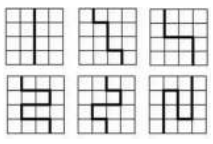
пешком занимает $90 - 15 = 75$ минут. Значит, дорога в оба конца пешком займёт $75 \cdot 2 = 150$ мин = 2 ч 30 мин.

8. **[3 балла]** Два парома одновременно отходят от противоположных берегов реки и пересекают её перпендикулярно берегам. Скорости паромов постоянны, но не равны. Паромы встречаются на расстоянии 500 метров от берега, после чего продолжают движение. На обратном пути они встречаются в 380 метрах от другого берега. Какова ширина реки? **Требуется полное решение.**

Ответ: 1120 м.

Решение: От момента отправления до первой встречи парома в общей сложности проплывают расстояние, равное ширине реки. От момента отправления до второй встречи они в общей сложности проплывают расстояние, равное утроенной ширине реки, то есть втрое больше, чем до момента первой встречи. Поскольку парома всё время плывут с постоянными скоростями, каждый из них до момента второй встречи также проплывёт втрое больше, чем до момента первой встречи.

Обозначим за S ширину реки. Тогда до момента первой встречи один из паромов проплыл 500 м, а до момента второй встречи он проплыл $S + 380$ м. С учётом сказанного выше можно составить уравнение: $S + 380 = 3 \cdot 500$. Решая это уравнение, найдём $S = 3 \cdot 500 - 380 = 1500 - 380 = 1120$.

№	Ответы	Критерии оценивания	Баллы
1	15	Получен верный ответ	2
		Получен неверный ответ	0
2	9 кошек	Получен верный аргументированный ответ	2
		Получен верный ответ, но отсутствует решение	1
		Получен неверный ответ	0
3	4 лжеца	Получен верный аргументированный ответ	3
		Верные рассуждения, но на некотором этапе допущена арифметическая ошибка	1
		Получен неверный ответ	0
4		Приведены все верные решения без лишних вариантов	3
		Приведены более четырех возможных решения задачи и нет лишних вариантов	2
		Приведены более двух возможных решения задачи	1
		Получен неверный ответ	0
5	Через 30 дней.	Получен верный ответ	2
		Верные рассуждения, но на некотором этапе допущена арифметическая ошибка или сделано методом подбора	1
		Получен неверный ответ	0
6	$5^6 = 15625$.	Получен верный ответ	2
		Верные рассуждения, но на некотором этапе допущена арифметическая ошибка, либо ответ не доведен до конца	1
		Получен неверный ответ	0
7	2 ч 30 мин.	Получен верный ответ	3
		Верные рассуждения, но на некотором этапе допущена арифметическая ошибка	2
		Получен неверный ответ	0
8	1120 м.	Получен верный ответ	3
		Верные рассуждения, но на некотором этапе допущена арифметическая ошибка	2
		Получен неверный ответ	0

