

Математика. Задание на I тур для поступающих в 9 класс

20 баллов.

1. (2 б.) Выберите верное разложение на множители многочлена $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$

- a) $(x - y)(x + y)^2$
- b) $(x - y)^3$
- c) $(x + y)(x - y)^2$
- d) $(x + y)^3$

Ответ: c)

Решение:

$$x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 = x^2(x - y) - y^2(x - y) = (x - y)(x^2 - y^2) = (x - y)(x - y)(x + y) = (x + y)(x - y)^2.$$

2. (2 б.) Найдите значение выражения $\frac{81a^2+162a+81}{a} : \left(\frac{9}{a} + 9\right)$ при $a = -\frac{8}{9}$.

Ответ. 1

Решение:

$$\frac{81a^2+162a+81}{a} : \left(\frac{9}{a} + 9\right) = \frac{81(a^2+2a+1)}{a} : \frac{9+9a}{a} = \frac{81(a+1)^2a}{9a(a+1)} = 9(a+1).$$

$$\text{При } a = -\frac{8}{9} \quad 9(a+1) = 9\left(-\frac{8}{9} + 1\right) = 9 \cdot \frac{1}{9} = 1.$$

3. (2 б.) Вычислите: $\frac{20^{n+2}}{5^{n-1} \cdot 2^{2n+1}}$

Ответ. 1000

Решение:

$$\frac{20^{n+2}}{5^{n-1} \cdot 2^{2n+1}} = \frac{20^n \cdot 20^2 \cdot 5}{5^n \cdot 2^{2n} \cdot 2} = \frac{20^n \cdot 20^2 \cdot 5}{20^n \cdot 2} = 20 \cdot 10 \cdot 5 = 1000.$$

4. (2 б.) Преобразуйте в многочлен стандартного вида выражение $(x^2 - 3x)(x^4 + 3x^3 + 9x^2)$.

Ответ. $x^6 - 27x^3$

Решение:

Применяем формулу разности кубов $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$, где $a = x^2$, $b = 3x$.

5. (2 б.) Число b больше числа a на 25 %, число c больше числа b на 25 %. На сколько процентов число a меньше числа c ?

Ответ. 36

Решение:

Число b составляет $\frac{5}{4}$ числа a , число c составляет $\frac{5}{4}$ числа b ; значит, $c = \frac{25}{16}a$,

то есть $a = \frac{16}{25}c = 0,64c$, а значит число a меньше числа c на 36%.

6. (1 б.) Обычно Петя едет в школу на трамвае, а обратно возвращается пешком, причем дорога туда и обратно занимает у него в общей сложности час. Когда Петя торопится, то и в школу, и из школы он едет на трамвае; тогда дорога в оба конца занимает у него 25 минут. Сколько времени будет тратить Петя на дорогу туда и обратно, если и в школу, и из школы он будет ходить пешком? Ответ дайте в минутах.

Ответ. 95

Решение:

Время на дорогу между школой и домом пешком, мин.	$t_{\text{п}}$	
Время на дорогу между школой и домом на трамвае, мин.	$t_{\text{т}}$	
Время туда и обратно на трамвае и пешком, мин.	$t_{\text{т}} + t_{\text{п}}$	60
Время туда и обратно на трамвае, мин.	$2t_{\text{т}}$	25
Удвоенное время туда и обратно на трамвае и пешком, мин.	$2t_{\text{т}} + 2t_{\text{п}}$	120
Время туда и обратно пешком, мин.	$2t_{\text{п}}$	$120 - 25 = 95$

7. (2 б.) Решите уравнение:

$$\frac{(x^2 - 5x + 6)(x + 3)}{x - 2} = 0$$

Если корней несколько, перечислите все через точку с запятой.

Ответ. -3; 3.

Решение:

$$\frac{(x^2 - 5x + 6)(x + 3)}{x - 2} = 0,$$

$$\frac{(x - 2)(x - 3)(x + 3)}{x - 2} = 0,$$

$$\begin{cases} (x - 2)(x - 3)(x + 3) = 0 \\ x - 2 \neq 0 \end{cases},$$

$$x = -3 \text{ или } x = 3.$$

8. (По 1 б.) Дана прямая $y = -3x + 2$

1. Запишите уравнение прямой, параллельной ей и проходящей через начало координат.

Ответ. $y = -3x$

Решение:

Так как искомая прямая параллельна прямой $y = -3x + 2$, ее уравнение будет иметь вид $y = -3x + b$, а поскольку она проходит через начало координат, $b = 0$.

2. Найдите абсциссы точек пересечения полученной прямой с графиком функции $y = x^2$.

Ответ. -3; 0

Решение:

Ищем абсциссы точек пересечения прямой $y = -3x$ и параболы $y = x^2$.

$$-3x = x^2,$$

$$x^2 + 3x = 0,$$

$$x(x + 3) = 0,$$

$$x = -3 \text{ или } x = 0.$$

9. (2 б.) Укажите номера верных утверждений:

1. Если в треугольнике две биссектрисы равны, то он равнобедренный.
2. Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то эти треугольники равны.

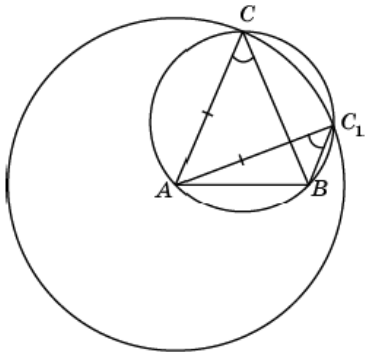
3. Если диагонали четырехугольника перпендикулярны, то он ромб.

Ответ. 1 – верно, 2 и 3 – неверно. Частичное совпадение не учитываем.

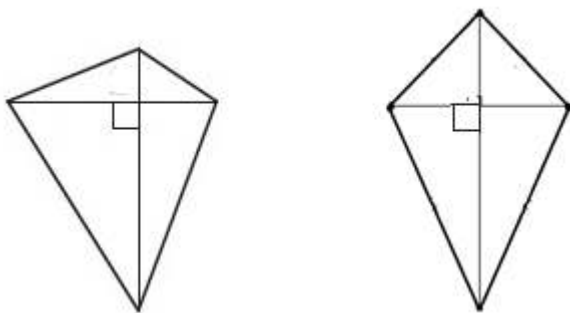
Решение:

1. Верно. Признак равнобедренного треугольника (теорема Лемуса–Штейнера).

2. Неверно. Например, у треугольников ABC и ABC_1 (см. рис.) сторона AB общая, $AC=AC_1$, $\angle ACB = \angle AC_1B$, но треугольники не равны.



3. Неверно, например



(дельтоид)

10. (По 1 б.) В равнобокую трапецию $ABCD$ ($BC \parallel AD$) вписана окружность. Известно, что $\angle DAB = 30^\circ$, $AB = 12$. Найдите:

1. Высоту трапеции.

Ответ. 6

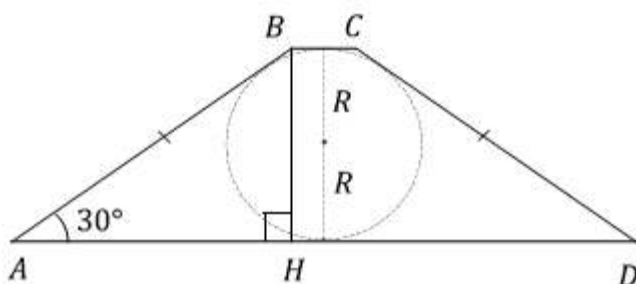
2. Радиус вписанной окружности.

Ответ. 3

3. Площадь трапеции.

Ответ. 72

Решение:



1. BH – высота трапеции. В прямоугольном треугольнике ABH катет BH равен половине гипотенузы AB как лежащий против угла в 30° ; по условию $AB = 12$, то есть $BH = 6$.

2. Радиус вписанной окружности равен половине высоты, то есть 3.

3. Так как трапеция описанная, сумма ее оснований равна сумме боковых сторон, то есть 24; площадь трапеции вычисляем как произведение полусуммы оснований на высоту $12 \cdot 6 = 72$