

Из 7 в 8 кл. Базовое задание по математике. Школа «Интеллектуал».
2020 год

1. Вычислите:

$$\frac{(-3,5 \cdot (2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}) + 3)^2}{-\frac{2}{9} + \frac{1}{3}}$$

Ответ: 0,81 (2 балла)

Решение. Считаем числитель: $(-3,5 \cdot (2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}) + 3)^2 = (-3,5 \cdot \frac{33}{35} + 3)^2 = (-3,3 + 3)^2 = (-0,3)^2 = 0,09$. Считаем знаменатель: $-\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$. Подставляем в исходный пример: $\frac{0,09}{\frac{1}{9}} = 0,09 \cdot 9 = 0,81$

2. Вычислите:

$$\frac{(-0,5)^3}{-0,125 + \frac{1}{7}} + 3,7$$

Ответ: -3,3 (2 балла)

Решение: $\frac{(-0,5)^3}{-0,125 + \frac{1}{7}} + 3,7 = \frac{(-\frac{1}{2})^3}{-\frac{1}{8} + \frac{1}{7}} + 3,7 = \frac{-\frac{1}{8}}{\frac{1}{56}} + 3,7 = -7 + 3,7 = -3,3$

3. Решите уравнение:

$$\frac{x-3}{4} - \frac{2-5x}{5} = -0,8$$

Ответ: 0,28 (2 балла)

Решение. Умножим левую и правую часть уравнения на 20 и получим:

$$5(x-3) - 4(2-5x) = -16; \text{ Раскроем скобки и приведем подобные: } 25x - 23 = -16; \text{ Выразим отсюда } x = \frac{-16+23}{25} = 0,28$$

4. Ванна заполняется холодной водой за 6 минут 40 секунд, горячей – за 8 минут. Кроме того, если из полной ванны вынуть пробку, вода вытечет за 13 минут 20 секунд. Сколько времени понадобится, чтобы наполнить ванну полностью, при условии, что открыты оба крана, но ванна не заткнута пробкой? (ответ дайте в секундах)

Ответ: 300 (2 балла)

Решение. Удобно перевести время наполнения в секунды, тогда 6 мин 40 с = 400 с; 8 мин = 480 с; 13 мин 20 с = 800 с. Тогда скорость наполнения холодной водой $\frac{1}{400}$ ванны в секунду; горячей $\frac{1}{480}$ ванны в секунду и скорость опустошения через сливное отверстие:

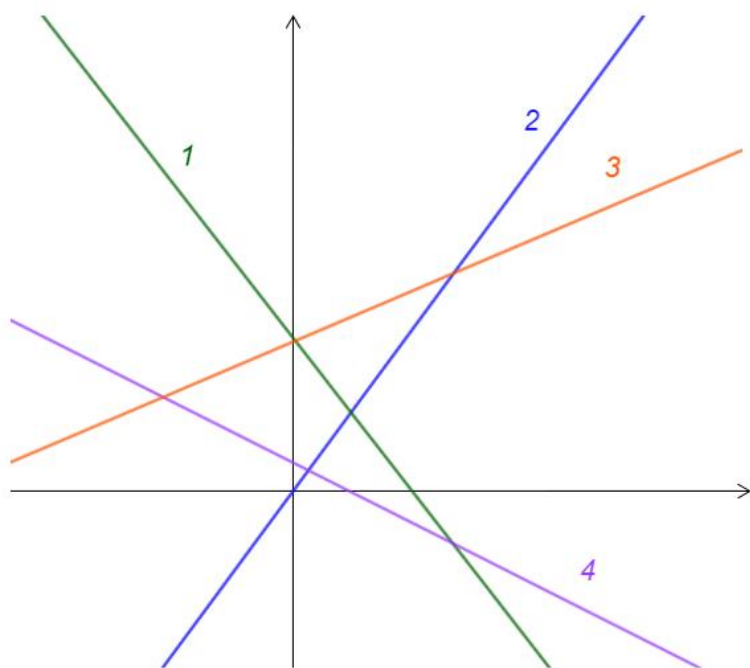
$\frac{1}{800}$ ванны секунду. Общая скорость наполнения ванны, если открыть все краны и не заткнуть слив: $\frac{1}{400} + \frac{1}{480} - \frac{1}{800} = \frac{1}{300}$ ($\frac{\text{ванны}}{\text{секунду}}$). Таким образом за 300 секунд наберется полная ванна.

5. Если Макс утром поедет в школу с дачи на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то он опоздает на двадцать минут. Если же он будет ехать со скоростью 25 км/ч, то приедет на двадцать минут раньше. С какой скоростью Макс должен ехать, чтобы приехать вовремя? (ответ дайте в км/ч)

Ответ: 18,75 км/ч (3 балла)

Решение. Обозначим за t время в часах, за которое Макс должен добраться до школы. Тогда расстояние до школы будет $15 \cdot \left(t + \frac{1}{3}\right)$ или $25 \cdot \left(t - \frac{1}{3}\right)$. Можно составить уравнение и найти необходимое время преодоления пути до школы: $15 \cdot \left(t + \frac{1}{3}\right) = 25 \cdot \left(t - \frac{1}{3}\right); t = \frac{4}{3}$. Значит Макс должен за $\frac{4}{3}$ часа преодолеть $15 \cdot \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\right) = 25$ км. Для этого он должен двигаться со средней скоростью равной $\frac{25}{\frac{4}{3}} = 18,75$ (км/ч).

6. На рисунке даны графики линейных функций вида: $y = kx + b$



- а. Укажите номера графиков, для которых $k < 0$.

Ответ: 1 4 (за каждый правильный +1; за каждый неправильный -1; но не меньше 0)

$k < 0$, если линейная функция убывающая, обращаем внимание на наклон прямых.

- б. Укажите номера графиков, для которых $b = 0$.

Ответ: 2 (за правильный +1; за каждый неправильный -1; но не меньше 0)

Решение. Если $b = 0$, то график проходит через точку пересечения осей координат.

7. Выберите верное тождество: 1) $a^2 + b^2 = (a + b)^2$; 2) $a^2 - b^2 = (a - b)(a - b)$; 3) $(a^2 - b^2)(a + b) = (a - b)(a + b)^2$; 4) $(a - b)^2(a + b) = (a - b)(a + b)^2$.

Ответ: 3 (2 балла)

Решение: $(a^2 - b^2)(a + b) = (a - b)(a + b)(a + b) = (a - b)(a + b)^2$.

Важно помнить, что $a^2 \pm b^2 \neq (a \pm b)^2$

8. Углы треугольника относятся как 2 : 2 : 11. Определите вид данного треугольника

- а. По сторонам: 1) разносторонний 2) равнобедренный 3) равносторонний *(укажите цифру)*

Ответ: 2 (1 балл)

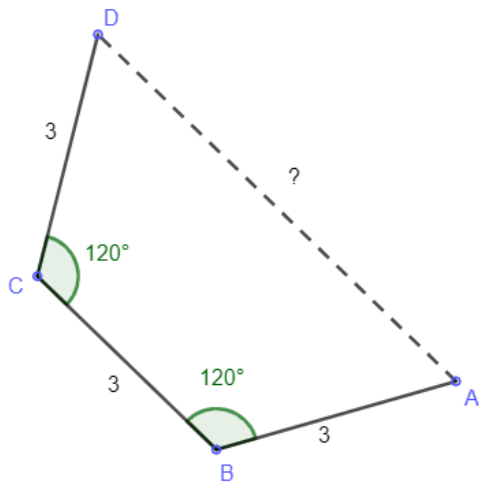
Решение. По признаку равнобедренного треугольника: есть два равных угла. Важно: третий угол отличается от двух других, поэтому треугольник не равносторонний.

- б. По углам: 1) остроугольный 2) прямоугольный 3) тупоугольный *(укажите цифру)*

Ответ: 3 (1 балл)

Решение. Найдем величины углов: всего у нас $2 + 2 + 11 = 15$ частей, значит одна часть $\frac{180^\circ}{15} = 12^\circ$. Тогда углы треугольника: 24° , 24° и 132° . Отсюда делаем вывод, что треугольник тупоугольный.

9. Найдите длину отрезка AD.



Ответ: 6 (2 балла)

Решение. 1) опустим из точек D и A перпендикуляры на прямую BC. Получим равные прямоугольные треугольники DKC и ALB. Заметим, что $AD \parallel BC$ и $AD = KL$

2) Т.к. в прямоугольном $\triangle DKC$ $\angle KDC = 30^\circ$, а гипотенуза $DC = 3$, то катет $KC = 1,5$. Аналогично в $\triangle ALB$ $BL = 1,5$.

3) Получаем, что $KL = 1,5 + 3 + 1,5 = 6$ и т.к. $KL = AD$, то $AD = 6$.

