

Тест по математике в 7 класс. 2021 год. 20 баллов.

1. (1 балл) Вычислите $(-8+(-3)) \cdot ((-2) - (-6)) : (-2)$
Аккуратно раскрываем скобки, учитывая правило знаков, получаем Ответ: 22
2. (1 балл) В данном примере расставьте скобки (одну пару) так, чтобы результат получился наименьшим. Запишите ответ.

$$288 : 18 - 2 \cdot 12$$

Ответ: -48.

Поставить одну пару скобок можно немногими способами.

$$288 : (18 - 2 \cdot 12) = 288 : (-6) = -48$$

$$288 : (18 - 2) \cdot 12 = 18 \cdot 12 = 216$$

$$(288 : 18 - 2) \cdot 12 = 14 \cdot 12 = 168$$

Другие способы постановки скобок не меняют начального порядка действий (начальный – это если скобок нет):

$$288 : 18 - 2 \cdot 12 = (288 : 18) - 2 \cdot 12 = 288 : 18 - (2 \cdot 12) = 16 - 24 = -12$$

Ответ: -48.

3. (2 балла) Самоделкин покрасил деревянный куб размерами $6 \times 6 \times 6$ со всех сторон в синий цвет. А потом аккуратно распилил его на маленькие кубики размером $1 \times 1 \times 1$. Какую долю от всех маленьких кубиков составляют те, у которых хотя бы одна грань оказалась окрашена синим?

Ответ дайте в виде несократимой обыкновенной дроби.

В кубе размерами $6 \times 6 \times 6$ помещается $6 \times 6 \times 6 = 216$ маленьких кубиков размером $1 \times 1 \times 1$.

Хотя бы одна грань окрашена у тех кубиков, которые как-то «выглядывают» наружу. Можно посчитать, сколько кубиков «не выглядывает». Совсем не достанется краски кубикам, составляющим внутри нашего куба меньший куб размерами $4 \times 4 \times 4$. Это 64 кубика. Значит, хотя бы одна грань покрашена у $216 - 64 = 152$ кубиков. Долю от общего числа можно найти, поделив $152/216$. Дробь, по условию, необходимо сократить. Ответ: $19/27$

Другой способ подсчёта (приводит, конечно, к тому же ответу): Три грани окажутся покрашены у 8 угловых кубиков. Две грани будут покрашены у кубиков, расположенных вдоль рёбер большого куба (но не угловые уже не считаем). Таких всего $12 \text{ рёбер} \cdot 4 \text{ кубика} = 48 \text{ кубиков}$. И только одна грань будет покрашена у кубиков, расположенных на каждой из 6 граней большого куба так, что они не граничат с рёбрами большого куба. Таких будет $6 \text{ граней} \cdot 16 \text{ кубиков} = 96 \text{ кубиков}$. Всего $8 + 48 + 96 = 152$. Если нарисовать куб, то эти рассуждения очевидны.

4. (5 баллов: по 1 баллу за первый, второй и третий пункт, 2 балла за четвёртый пункт). В ответах укажите только числа. От пристани А по течению реки одновременно отплыли катер и плот. Плот плыл без остановок. Катер проплыл по течению реки один час до пристани Б, простоял возле нее 15 минут и поплыл против течения. Он плыл против течения 2 часа и приплыл к пристани С. По течению реки катер плывет со скоростью 24 км/ч, а против течения – со скоростью 16 км/ч.

1) Какова скорость течения реки? Ответ дайте в км/ч.

Разность скоростей по течению и против течения равна удвоенной скорости течения. Поэтому скорость течения реки $(24 - 16) : 2 = 4$ км/ч.

2) За сколько часов плот доплывет от пристани А до пристани Б?

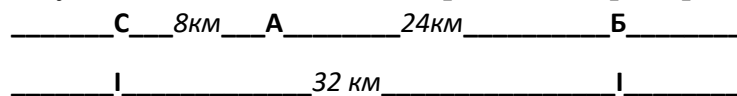
Плот – это набор бревен без мотора, поэтому он плывет со скоростью течения реки, то есть 4 км/ч. Катер расстояние от А до Б преодолел за 1 час, плывя по течению.

Значит, это расстояние равно $24 \text{ км/ч} \cdot 1 \text{ ч} = 24 \text{ км}$. Плот проплывет это же расстояние за $24 \text{ км} : 4 \text{ км/ч} = 6$ часов.

3) Какое расстояние от пристани А до пристани С? Ответ дайте в километрах.

Катер проплыл от А до Б по течению 1 час, то есть 24 км. После этого он проплыл от Б до С против течения два часа, то есть $2 \cdot 16 = 32$ км. Значит, расстояние от А до С равно $32 - 24 = 8$ км.

Из условия задачи ясно, что пристани на реке расположены так:



4) Через сколько минут после отплытия от пристани Б катер встретится с плотом?

Катер отправился от пристани Б против течения в 11-15. Плот без остановок плыл со скоростью 4 км/ч. С момента отплытия в 10-00 и до 11-15 плот проплыл $4\text{ км/ч} \cdot 5/4\text{ ч} = 5$ км. Значит, в 11-15 между катером и плотом было расстояние $24 - 5 = 19$ км. Катер против течения плывет со скоростью 16 км/ч. Чтобы найти время до встречи, нужно расстояние 19 км разделить на «скорость сближения», то есть, на сумму скоростей катера и плота. $19\text{ км} : (16\text{ км/ч} + 4\text{ км/ч}) = 19/20$ часа. Это время нужно, по условию, выразить в минутах. $19/20$ часа $= 57/60$ часа. Ответ: через 57 минут.

Ответы: 1) 4; 2) 6, 3) 8, 4) 57.

5. (3 балла) Прямоугольник, меньшая сторона которого равна 8 см, разрезали вдоль меньшей стороны на два прямоугольника. При этом площадь первого из получившихся прямоугольников в четыре раза больше площади второго, а периметр первого – в три раза больше периметра второго. Найдите большую сторону исходного прямоугольника в сантиметрах. В ответе укажите только число.

Нарисуем исходный прямоугольник и указанный разрез.



Два получившихся прямоугольника имеют общую сторону, равную 8 см. Значит, соотношение 4:1 их площадей обусловлено тем, что другая сторона первого прямоугольника в 4 раза больше стороны второго. Обозначим неизвестную сторону меньшего прямоугольника за a . Выразим через a периметры двух получившихся прямоугольников.

Периметр бОльшего равен $2(4a+8)$; периметр меньшего равен $2(a+8)$.

Из условия, что периметр бОльшего в 3 раза больше, можем составить уравнение про периметры: $2(4a+8) = 3 \cdot 2(a+8)$

Находим из уравнения, что $a=16$.

Тогда бОльшая сторона исходного прямоугольника равна $5a=80$ см.

Ответ: 80 см

Вариант условия: короткая сторона исходного прямоугольника 6 см, тогда решение полностью аналогично, уравнение такое же, но вместо 8 везде 6. Из уравнения найдем $a=12$. Ответ 60 см.

6. (5 баллов: по 1 баллу за пункт). Установите соответствие между условиями задач и составленными уравнениями.

Установить соответствие легче всего, если самостоятельно составить уравнения по данным условиям, с учетом указанного выбора переменной.

Условие	Решение и ответ	Уравнение
1. Робот Виталий начал тренировки. В первые 15 дней тренировок он проходил по 10 км в день. После этого он решил, что за каждый следующий день он будет проходить на 0,4 км больше, чем за предыдущий. (За 16-й день он пройдет на 0,4 км больше, чем за 15-й; за 17-й день на 0,4 км больше, чем за 16-й, и так далее). За какой день тренировок робот Виталий пройдет 24 км? Обозначим искомый номер дня за X	За любой из первых 15 дней – 10 км. За 16-й день робот Виталий пройдет $10+0,4$ км. Номер дня $16=15+1$. За 17-й день робот Виталий пройдет $10+2*0,4$ км. Номер дня $17=15+2$ За 18-й день робот Виталий пройдет $10+3*0,4$ км. Номер дня $18=15+3$ За 19-й день робот Виталий пройдет $10+4*0,4$ км. Номер дня $19=15+4$. ... За X-й день робот Виталий пройдет $10+(X-15)*0,4$ км. Номер дня X. Ему нужно пройти за этот день 24 км, это условие позволяет составить уравнение $10+(X-15)*0,4=24$ (В)	А. $(X+10):10=$ $=X:15+0,4$
2. От города А до города В скорый поезд ехал 15 часов с постоянной скоростью. Потом он увеличил скорость на 10 км/ч и проехал за 10 часов на 24 километра больше, чем путь от А до В. С какой скоростью ехал поезд во второй части пути? Начальную скорость поезда обозначим за X (км/ч).	Длина первого участка (АВ) пути равна $15ч*Xкм/ч$. Скорость на втором участке пути $(X+10)км/ч$. Длина второго участка пути $10ч*(X+10)км/ч$ Условие о том, что второй участок пути на 24 км больше, чем АВ, позволяет составить уравнение $15*X+24=10(X+10)$ (Д)	Б. $(X+10):10=$ $=X:15+24$
3. Дорога от Простоквашино до Ромашково на 10 км длиннее, чем дорога от Москвы до Простоквашино. Почтальон Печкин на велосипеде проехал по шоссе от Москвы до Простоквашино на 24 минуты быстрее, чем по грунтовой дороге от Простоквашино до	Прежде всего, надо привести все единицы измерения к согласию. Расстояние в условии в километрах, скорость в км/ч, значит, надо время записать в часах: 24 минуты=$24/60$ часа=$0,4$ часа. Скорость Печкина по шоссе $10+5=15$ км/ч. Время езды по шоссе от Москвы до Простоквашино $Xкм:15 км/ч$. Длина пути от Простоквашино до Ромашково $X+10$ км. Время езды от Простоквашино до Ромашково $(X+10)км:10км/ч$.	В. $10+(X-15)*0,4=$ $=24$

Ромашково. По грунтовой дороге он едет со скоростью 10 км/ч, а на шоссе его скорость на 5 км/ч больше. Найдите путь от Простоквашино до Ромашково. <i>Путь от Москвы до Простоквашино обозначим за X (км).</i>	Это время на 0,4 часа больше, чем время, потраченное на дорогу от Москвы до Простоквашино. Составим уравнение: $(X+10):10=X:15+0,4 \quad (A)$	
4. Из двух баков вытекает вода. Сначала во втором баке было на 10 литров больше, чем в первом. Когда количество воды во втором баке уменьшилось в 10 раз, а количество воды в первом баке уменьшилось в 15 раз, то во втором баке стало на 24 литра больше, чем в первом. Найдите, сколько литров воды было сначала в каждом баке. <i>Обозначим начальное количество воды в первом баке за X(л).</i>	В первом баке было X литров. Во втором баке было X+10 литров. Стало: в первом в 15 раз меньше, чем было, то есть, X:15 литров; во втором – в 10 раз меньше, чем было, значит, во втором стало (X+10):10 л. По условию, во втором баке стало на 24 литра больше, чем в первом. Составим уравнение $(X+10):10=X:15+24 \quad (Б)$	Г. $(X+10):15=X:10+0,4$
5. У первого купца было на 10 пудов крупы больше, чем у второго. Первый купец разложил свою крупу в 15 одинаковых мешков, а второй -- в 10 одинаковых мешков. При этом каждый мешок первого купца оказался на 0,4 пуда тяжелее, чем каждый мешок второго купца. Сколько пудов крупы было у каждого купца? <i>Обозначим за X количество пудов у второго купца.</i>	У первого купца было X+10 пудов крупы. В каждом мешке у 1 купца лежит (X+10):15 пудов. В каждом мешке у 2 купца лежит X:10 пудов. Каждый мешок первого купца оказался на 0,4 пуда тяжелее, чем каждый мешок второго купца. Составим уравнение $(X+10):15=X:10+0,4 \quad (Г)$	Д. $15 \cdot X + 24 = 10(X + 10)$

Ответ: В Д А Б Г

7. (3 балла) Три благородных разбойника Робин, Джон и Билл раздобыли сундук с 6600 золотыми монетами. 30% монет они отдали в Фонд помощи жертвам разбоя. Оставшиеся монеты разбойники поделили между собой, причем доли Робина и Билла относились как 7:6, а доли Билла и Джона как 5:2. Сколько монет получил Робин?

Сперва надо сосчитать, сколько монет осталось разбойникам для делёжки: 70% от 6600, то есть $0,7 \cdot 6600 = 4620$ монет.

Чтобы делить монеты было удобно, запишем соотношение долей в таком виде, чтобы можно было сопоставить доли всех трёх разбойников одновременно, а не по парам.

Робин:Билл=7:6=35:30, Билл:Джон=5:2=30:12. Значит, Робин:Билл:Джон=35:30:12.

Значит, всего мелких долей $35+30+12=77$. И по условию, даём Робину 35 долей, Биллу 30 долей, а Джону 12 долей. Каждая доля равна $4620:77=60$ монет. Значит, Робин получит $35*60=2100$ монет.

Ответ: 2100