



ГБОУ Школа на Юго-Востоке имени Маршала В.И. Чуйкова
Весенняя олимпиада «Силаэдр», 10 марта 2023
7 класс, поступающий в 8 класс

1. Номер карты “Пятёрка” состоит из 5 цифр. Назовём карту прикольной, если её номер является палиндромом, а все цифры в нём не больше пятёрки. Чему равна сумма номеров всех прикольных карт “Пятёрка”?
2. Докажите, что если a, b и c не делятся на 7, то $a^3 + b^3 + c^3 - 5$ тоже не делится на 7.
3. В городе Равника можно, перемещаясь только по дорогам, попасть с любой площади на любую другую. Докажите, что можно перекрыть одну площадь так, чтобы с любой из оставшихся площадей всё ещё можно было попасть на любую другую. Любой перекрёсток считается площадью; с площади может вести любое натуральное число дорог.
4. Является ли простым число $81^{81} + 324^{324}$?
5. Буратино и Кот Базилио выкопали по ямке на Поле Чудес и закопали по одной монетке каждый в свою ямку. Каждый день, проверяя количество монет, они обнаруживали, что за ночь их число в ямке Буратино увеличивается в 3 раза, а в ямке Кота Базилио – в 2 раза. Прошло n ночей. Сегодня Кот обнаружил, что за прошедшую ночь его количество монет выросло аж в $2n$ раз (такое случилось только сегодня), и предложил поспорить, что теперь у него монет больше. Докажите, что Буратино выиграет такой спор независимо от n .