LXXXIX Московская
математическая олимпиада

Математический праздник

Москва
22 февраля 2026 года

Департамент образования и науки города Москвы
Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет
Московское математическое общество
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
Факультет математики
Физтех-школа прикладной математики и информатики
Центр педагогического мастерства
Московский центр непрерывного
математического образования

Задачи и решения подготовили:

А. Блинков, М. Волчкевич, Т. Голенищева-Кутузова, А. Грибалко, С. Дориченко, М. Евдокимов, П. Закорко, А. Заславский, Т. Казицына, В. Клепцын, М. Колодей, Т. Корчемкина, С. Маркелов, Г. Мерзон, Г. Минаев, В. Радионов, И. Русских, А. Хачатурян, Е. Чернышева, И. Ященко

☞ Задачи, решения, списки победителей и призёров Математического праздника и «Математического праздника в Математической вертикали» публикуются на сайте https://mccme.ru/matprazdnik

При поддержке
Yandex Education

6 класс

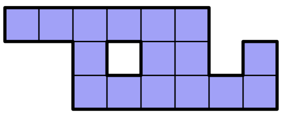
Задача 1. Маша каждый день читает одинаковое количество страниц. В понедельник она прочитала две трети «Капитанской дочки», во вторник — закончила «Капитанскую дочку» и осилила половину «Ревизора», а в среду — дочитала «Ревизора» и прочитала четверть «Героя нашего времени». В «Герое нашего времени» 200 страниц. А сколько страниц в «Капитанской дочке»? **[*4 балла*]**

(*И. Русских*)

Ответ. 150.

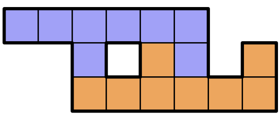
Решение. И во вторник, и в среду Маша прочитала по половине «Ревизора», но во вторник ещё треть «Капитанской дочки», а в среду четверть «Героя нашего времени». Значит, треть «Капитанской дочки» равна по длине четверти «Героя нашего времени», то есть 50 страницам. Поэтому в «Капитанской дочке» 150 страниц.

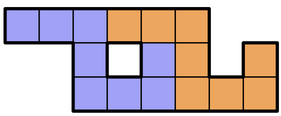
Задача 2. Разрежьте фигуру на две одинаковые части тремя различными способами.

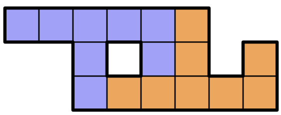


[*до 6 баллов*] (*С. Маркелов*)

Ответ. См. рисунок.







Комментарий. Симметричную фигуру — например, квадрат или круг — нетрудно разрезать на две равные части многими способами. У фигуры из задачи нет ни центра симметрии, ни оси симметрии, но тем не менее ее можно разрезать на две равные части тремя способами. Вы можете попробовать придумать фигуру, у которой нет ни центра, ни оси симметрии, но которую можно разрезать на две равные части четырьмя способами (одно из решений можно найти в статье «Четырьмя различными способами» в журнале «Квантик» №7 за 2018 год).

Задача 3.

Ваня: Таня, какой у тебя номер телефона?

Таня: А ты отгадай! Это 10-значное число. В нём встречаются все цифры, кроме одной.

Ваня: Ну, таких чисел много...

Таня: Но оно очень красивое! Смотри: если стереть две его последние цифры, оставшееся число разделится на 2, если стереть три последние цифры — разделится на 3, и т. д., если стереть 9 последних цифр — разделится на 9.

Ваня (подумав): Что-то у меня всё равно несколько вариантов получается...

Таня: А если ничего не стирать, тогда на 11 разделится!

Ваня: Вот теперь точно знаю!

Отгадайте и вы Танин номер телефона. Напишите, как вы рассуждали. [*6 баллов*] (*М. Евдокимов, А. Хачатурян*)

Ответ. 9660528471.

Решение. Будем решать задачу с конца. Если стереть 9 последних цифр, останется одна цифра, которая должна делиться на 9. Так как с нуля число начинаться не может, то первая цифра — девятка. Если стереть 8 последних цифр, то останется двузначное число, начинающееся с 9, которое делится на 8, — это только 96. Если стереть 7 последних цифр, то останется трёхзначное число, которое начинается с 96 и делится на 7, — это только 966. Шестёрки повторились, значит, все остальные цифры должны быть разными и отличными от 6 и 9. Действуем далее таким же образом — к известному началу числа приписываем по цифре (неизвестную цифру обозначим звёздочкой), чтобы соблюдалось очередное условие делимости.

Число 966* должно делиться на 6, из 9660 и 9666 годится только 9660.

Число 9660* должно делиться на 5, из 96600 и 96605 годится только 96605.

Число 96605* должно делиться на 4, из 966052 и 966056 годится только 966052.

Число 966052* должно делиться на 3, из 9660522, 9660525 и 9660528 годится только 9660528.

Число 9660528* должно делиться на 2, у нас осталась только одна незанятая чётная цифра, выбираем 96605284.

Осталось дописать две различные цифры, причём использовать мы можем только 1, 3 и 7. Число 9660528471 делится на 11 ($9660528471 = 11 \cdot 878229861$), остальные же возможные числа 9660528413, 9660528417, 9660528431, 9660528437 и 9660528473 отличаются от 9660528471 на 58, 54, 40, 34 и 2 соответственно, так что делиться на 11 не будут.

Делимость на 11 можно проверить, просто разделив в столбик, но можно и воспользоваться признаком делимости на 11: чтобы проверить, делится ли многозначное число на 11, находят сумму цифр, стоящих на нечётных местах, и сумму цифр, стоящих на чётных. Если разность этих двух сумм делится на 11, то делится и само число. Например, в Танином номере сумма цифр на нечётных местах равна $9+6+5+8+7=35$, а на чётных $6+0+2+4+1=13$. Разность $35-13=22$ делится на 11, значит, и 9660528471 тоже.

Задача 4. Алисе, профессору Селезнёву и капитану Зелёному подарили тортик в виде прямоугольного параллелепипеда. Каждый из них отрезал себе по куску толщиной 10 см параллельно одной из граней (то есть отступив от края 10 см с той стороны, с которой захотел) — сначала это сделала Алиса, затем профессор, потом капитан. В итоге Алисе досталась треть тортика, профессору — шестая часть, а капитану — пятая. Какие размеры имел тортик изначально? **[*7 баллов*]** (*И. Русских*)

Ответ. 30 см, 40 см, 25 см.

Решение. Алиса, отрезав кусок толщиной 10 см, получила треть тортика. Значит, одна из сторон, поперёк которой она резала, была равна 30 см, а теперь равна 20 см. Профессор не мог отрезать кусок в том же направлении, что и Алиса, иначе он тоже получил бы треть тортика. Значит, он резал поперёк какой-то другой стороны. Полученная им одна шестая тортика составляет от оставшихся двух третей $1/6 : 2/3 = 1/4$, так что его 10 см составили четверть от этой стороны, а вся сторона равнялась 40 см, а теперь равна 30 см.

Для капитана Зелёного осталась $1 - 1/3 - 1/6 = 1/2$ часть тортика со сторонами 20 см, 30 см и ещё одной, пока не известной. Капитану от оставшегося куска достались $1/5 : 1/2 = 2/5$, то есть сторона, поперёк которой он отрезал, была равна $10 : 2/5 = 25$ см. Это не совпадает ни с 20 см, ни с 30 см, так что это именно третье измерение, которое нам оставалось найти.

Задача 5. Кощею достались шесть сундуков с золотыми монетами. Всего монет 300, и Кощей знает, сколько монет в каком сундуке лежит. За один ход Кощей выбирает любой набор сундуков (но не все шесть), общее количество монет в которых позволяет распределить их по выбранным сундукам поровну. Затем он уравнивает количества монет в выбранных сундуках, перекладывая монеты между ними.

Всегда ли Кощей может за несколько ходов добиться, чтобы во всех шести сундуках стало поровну монет?

[*8 баллов*] (*И. Русских*)

Ответ. Всегда.

Первое решение. Среди шести чисел есть два числа одной чётности. Возьмём два соответствующих сундука и уравняем количество монет в них. Среди оставшихся четырёх сундуков также есть два, где количество монет одной чётности. Уравняем количество монет и в них. Поскольку общее число монет чётно, то в двух оставшихся сундуках суммарное число монет тоже чётно. Уравняв число монет в них, получим три пары равных чисел. Если взять по одному сундуку из каждой пары, то в них в сумме будет 150 монет. Уравняем количество монет в этих сундуках, а затем и в трёх оставшихся.

Второе решение. Можно было рассуждать иначе, начав с делимости на 3. Легко убедиться, что сумма трёх чисел делится на 3, если и только если их остатки при делении на 3 либо все разные, либо все одинаковые. Так как сундуков шесть, а остатков всего три, обязательно найдутся три сундука, суммарное число монет в которых кратно 3. Уравняем количество монет в найденной тройке и в трёх оставшихся сундуках (общее количество монет в них также будет кратно 3, поскольку число монет во всех сундуках кратно 3). После этого разобьём сундуки на пары: один из первой тройки и один из второй. Суммарное число монет в каждой паре одинаково, а значит, равно $300 : 3 = 100$, то есть каждую пару Кощей сможет уравнять, и во всех шести сундуках станет по 50 монет.

Комментарий. Отметим, что в приведённых решениях не используется уравнивание монет в четырёх или пяти сундуках. Заметим также, что аналогичным образом можно решить задачу, где у Кощея вместо шести имеется любое другое составное число сундуков (лишь бы суммарное количество монет делилось на количество сундуков).

Задача 6. Есть трое песочных часов: большие на 5 минут, средние на 3 минуты и маленькие на 2 минуты. Но в одних из них песка чуть больше, чем надо, и он сыплется на несколько секунд дольше, чем положено. Как найти бракованные часы, затратив меньше пяти минут? (Считаем, что на запуск и переворачивание часов время не тратится.) **[*9 баллов*]** (*Т. Казицына*)

Решение. Рассмотрим следующий алгоритм:

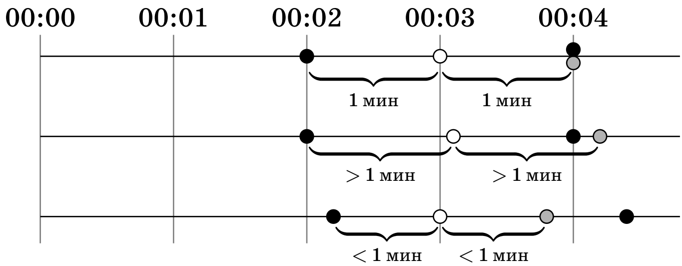
1. Запустим одновременно часы на 2 и на 3 минуты.

2. Как только весь песок в часах на 2 минуты будет внизу, перевернём их и одновременно с этим запустим часы на 5 минут.

3. Как только весь песок в часах на 3 минуты будет внизу, перевернём часы на 5 минут (чтобы уже насыпавшийся песок высыпался обратно).

Дальше будем следить, в каких часах песок кончится раньше: в 2-минутных или в 5-минутных.

Пусть мы начали шаг 1 в 00:00.



Если бракованными были часы на 5 минут, то шаг 2 начнётся в 00:02, а шаг 3 — в 00:03 (верхняя линия на схеме). В этот момент 2-минутные и 5-минутные часы отмеряют по 1 минуте, и после шага 3 закончат одновременно (в 00:04).

Если бракованными были часы на 3 минуты, то часы на 5 минут запустятся ровно в 00:02, но перевернём обратно мы их позже, чем в 00:03 (средняя линия на схеме). То есть в начале шага 3 в 2-минутных часах сверху будет песка меньше, чем на минуту, а в 5-минутных снизу — больше, и после переворачивания 5-минутные часы «финишируют» позже, чем 2-минутные (причём 2-минутные закончат ровно в 00:04).

Если бракованными были часы на 2 минуты, то часы на 5 минут запустятся позже, чем в 00:02, то есть до переворачивания их в 00:03 пройдёт меньше одной минуты (нижняя линия на схеме). Значит, после переворачивания песок в них закончится раньше, чем в 2-минутных часах (и раньше, чем в 00:04).

Так по результату наблюдений мы поймём, какие часы неисправны, потратив не более 4 минут.

Комментарий. Если бы не было ограничения по времени, можно было отмерить 6 минут с помощью маленьких («2») и с помощью средних («3») часов и сравнить результат:

«2» + «2» + «2» > «3» + «3» — 2-минутные часы бракованные,
«2» + «2» + «2» < «3» + «3» — 3-минутные часы бракованные,
«2» + «2» + «2» = «3» + «3» — 5-минутные часы бракованные.

Но шести минут у нас нет. Как можно уменьшить это время?

Вычтем из обеих частей «2»:

$$«2» + «2» \ ? \ «3» + «3» - «2».$$

В точности такое сравнение и приведено в решении. Разность «3»–«2» мы «запомнили» на 5-минутных песочных часах.

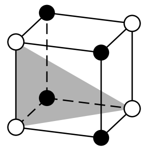
7 класс

Задача 1. См. задачу 1 для 6 класса (с. 3).

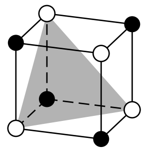
Задача 2. Каждую вершину куба окрасили в чёрный или белый цвет. Обязательно ли найдётся равнобедренный треугольник, все вершины которого одного цвета? (Учитываются и треугольники, не лежащие в одной грани куба.)

[*4 балла*] (*М. Евдокимов*)

Ответ. Не обязательно, см. рисунок сверху.



Комментарии. 1. В примере на рисунке вершины одного цвета образуют прямоугольник, не являющийся квадратом. А значит, любой одноцветный треугольник — неравнобедренный прямоугольный треугольник.



2. Объясним, как можно найти решение и доказать, что оно единственно (с точностью до поворотов куба). Если среди соседних вершин куба нет одноцветных, то получается раскраска на рисунке внизу, в которой есть одноцветный равносторонний треугольник: со сторонами, являющимися диагоналями граней. Если же в какой-то грани есть две соседние вершины одного цвета, то, чтобы в ней не было одноцветных равнобедренных треугольников, две оставшиеся вершины в этой грани должны быть другого цвета — как на передней грани на верхнем рисунке. Но теперь можно применить то же рассуждения к левой и к правой граням и восстановить раскраску всех вершин.

3. Есть много интересных вопросов о существовании равнобедренных треугольников с вершинами одного цвета при произвольной раскраске какого-нибудь набора точек. Например, такой треугольник существует для любой раскраски точек окружности в два цвета (докажите) или в любое конечное число цветов (это уже непросто доказать).

Задача 3. Найдите какое-нибудь решение ребуса

$$\text{К,ОН} \cdot \text{Ф,ЕТ} = \text{А}.$$

Разным буквам соответствуют разные цифры; числа с запятой не должны оканчиваться на 0. **[*6 баллов*]**

(*Т. Казицына, П. Закорко*)

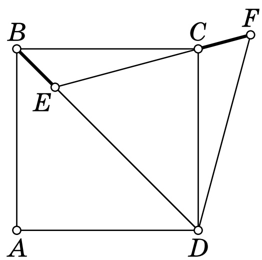
Ответ. $0{,}48 \cdot 6{,}25 = 3$ или $6{,}25 \cdot 0{,}48 = 3$.

Комментарий. Объясним, как можно искать решение. Для начала домножим левую и правую часть на 10000, получим

$$\text{КОН} \cdot \text{ФЕТ} = 10000 \cdot \text{А}$$

(возможно, К или Ф равно нулю). Числа слева не могут делиться на 10 (они не оканчиваются на ноль). Поскольку $10000 = 2^4 \cdot 5^4$, то один из множителей делится на $2^4 = 16$, а другой на $5^4 = 625$. Так как единственное число, не большее 1000 и кратное 625, равно 625, то один из множителей слева (например, КОН) равен 625. Осталось подобрать второй множитель, он должен делиться на 16. Подходит $\text{Ф,ЕТ} = 0{,}48$, получаем решение $6{,}25 \cdot 0{,}48 = 3$. Легко проверить, что это решение единственно с точностью до перестановки множителей.

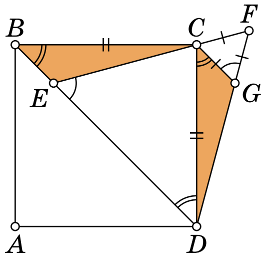
Задача 4. Квадрат $ABCD$ и равносторонний треугольник DEF расположены так, как показано на рисунке (точка E лежит на диагонали BD, точка C лежит на стороне EF). Докажите, что $BE = CF$.



[*7 баллов*] (*М. Евдокимов*)

Первое решение. В треугольниках BCE и CDF стороны BC и CD равны (как стороны квадрата), но всё же эти треугольники не равны: в одном из них против стороны квадрата лежит угол 120°, а во втором 60°.

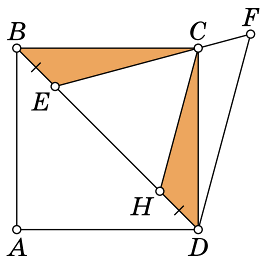
Отметим на отрезке FD такую точку G, что $FG = FC$. В треугольнике CFG две стороны равны и есть угол 60°, поэтому он равносторонний и все его углы по 60° (см. рис.).



Треугольники BCE и CDG уже больше похожи на равные, в частности, углы E и G оба равны внешнему углу правильного треугольника (т. е. $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$).

Заметим, что в них есть и ещё одна пара равных углов: $\angle EBC = 45^\circ$ как угол между диагональю и стороной квадрата, но и угол DCG равен углу CDE (ведь CG и ED параллельны), который является углом между диагональю и стороной квадрата. Значит, равны и оставшиеся углы этих треугольников, и вообще эти треугольники равны (по стороне и прилежащим углам). В частности, $BE = CG$. Ну а $CG = CF$ как стороны равностороннего треугольника CFG.

Второе решение. Отложим на BD от точки D отрезок $DH = BE$ (см. рис.). Вместо того, чтобы сравнивать отрезки



CF и BE, сравним $EC = EF - CF$ и $EH = DE - DH = EF - BE$. Рассмотрим треугольники BCE и DCH: $BC = DC$ как стороны квадрата, $BE = DH$ по построению, и углы EBC и EDC равны как углы между диагональю и стороной квадрата.

Значит, эти треугольники равны, и $EC = EH$. В равнобедренном треугольнике ECH угол CHE равен 60°, значит, и все его углы равны по 60°, а $EH = EC$, откуда $EF - CF = DE - DH = EF - BE$ и $BE = CF$.

Комментарий. Можно решить задачу и начиная с других дополнительных построений — например, проведя через точку E прямую, параллельную AD.

Задача 5. Наиль расставляет в клетках квадрата 6×6 числа от 1 до 36 (по одному числу в каждую клетку, числа не повторяются). После этого Наиль ставит фишку в клетку с числом 1. Далее перед каждым ходом Наиль выбирает наибольшее из чисел, стоящих в соседних с фишкой (по стороне или углу) клетках. Если выбранное число больше, чем в клетке с фишкой, то Наиль передвигает фишку в клетку с выбранным числом; иначе фишка больше не двигается.

а) Приведите пример расстановки чисел, при которой фишка посетит как можно больше клеток. **[*3 балла*]**

б) Докажите, что ни при какой другой расстановке чисел не получится посетить больше клеток. **[*4 балла*]**

(*И. Ященко*)

Решение. а) Расстановка чисел, при которой путь фишки пройдёт по 18 клеткам, приведён на рисунке.

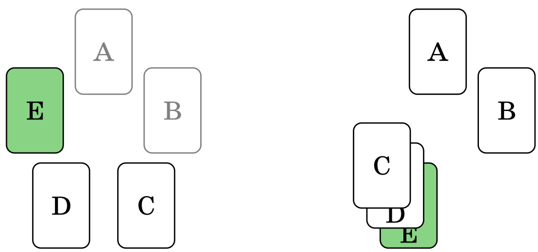
11	12	14	16	18	19
10	9	13	15	17	20
8	7	35	36	21	22
6	5	34	33	23	24
4	3	32	29	25	26
1	2	31	30	28	27

б) Заметим, что в каждом квадрате 2×2 фишка может посетить не больше двух клеток. Действительно, пусть в каком-то квадрате 2×2 фишка сначала посетила число A, потом через некоторое время — число B, большее A, а потом — число C, большее B. Но клетка с C — соседняя с клеткой с A, поэтому, находясь в клетке с A, фишка должна была шагнуть в клетку с числом C (или с большим числом), и посетить клетку с числом B она бы не могла. Противоречие.

Разделив квадрат 6×6 на 9 квадратиков 2×2, получаем, что в каждом из них посещено не более двух клеток, поэтому суммарно фишка посетит не более 18 клеток.

Задача 6. Петя и Вася хотят показать следующий фокус. У зрителей есть пять карточек с числами 1, 2, 3, 4, 5. Две из них они отдают Пете, две — Васе, а одну оставляют себе. Сначала Петя называет число на одной из своих карточек, затем Вася называет число на одной из своих, после чего Петя должен назвать число на карточке у зрителей. Как договориться Пете и Васе, чтобы фокус всегда удавался? **[*9 баллов*]** (*А. Грибалко*)

Первое решение. Расположим мысленно карточки по кругу в порядке 1, 2, 3, 4, 5. Если двигаться по часовой стрелке, то от одной из карточек Пети до другой нужно сделать не более двух шагов. Обозначим вторую из них E, пусть Петя назовёт число на ней, тогда первая его карточка — C или D (см. левый рисунок).



Соберём мысленно карточки C, D, E в одну стопку (отметим, что в этой стопке две карточки Пети). Карточки Васи лежат в двух из трёх стопок (см. правый рисунок) и от одной до другой можно дойти за шаг по часовой стрелке. Пусть и Вася назовёт число на второй из своих карточек.

Теперь Петя знает обе Васины карточки. Действительно, он знает, в каких стопках они лежат на правом рисунке. И даже если одна из Васиных карточек в стопке C-D-E, то Петя может понять, какая именно, потому что в этой стопке только одна карточка не Петина.

Второе решение. Всего вариантов пар карточек у Пети $(5 \cdot 4) : 2 = 10$, а отдельных карточек 5. Чтобы фокус удался, нужно закодировать варианты так, чтобы называемому Петей числу соответствовали ровно два варианта пар. Это можно сделать так:

Пары карточек у Пети	Петя называет
1, 5 или 1, 4	1
1, 2 или 2, 5	2
1, 3 или 2, 3	3
2, 4 или 3, 4	4
3, 5 или 4, 5	5

Теперь по названному Петей числу Вася может выяснить два варианта оставшегося Петиного числа. Обозначим наименьшее из возможных вторых Петиных чисел как A, наибольшее из них — B, наименьшее из двух оставшихся чисел — C, наибольшее из оставшихся — D.

Поскольку одно из чисел A, B — у Пети, возможно 5 вариантов того, какие две карточки у Васи; пусть он назовет число в соответствии с таблицей:

Карточки Васи	Вася называет	У зрителей
A, C	C	D
B, C	C	D
C, D	D	A или B (та, которая не у Пети)
A, D	A	C
B, D	B	C

Так по ходу Васи Петя сможет понять, карточка с каким числом осталась у зрителей.

Комментарий. Правильный ход Пети по существу единственен (получается способом, описанным в первом решении при выкладывании карточек в каком-то порядке), а два приведённых решения — это два разных описания одного и того же по сути алгоритма.

Задача 1. У Тани есть игрушки: кубики и шарики, жёлтые и зелёные. Все кубики — жёлтые. Зелёных игрушек — 20, жёлтых — 26, шариков — 37. Чего больше — жёлтых кубиков или жёлтых шариков — и на сколько? **[*4 балла*]**
(*жюри, по мотивам задачи С. Дориченко*)

Ответ. Жёлтых шариков на 8 больше.

Решение. Всего игрушек $20+26=46$. Раз 37 из них — шарики, то оставшиеся $46-37=9$ — кубики. Все эти 9 кубиков по условию жёлтые. А оставшиеся $26-9=17$ жёлтых игрушек — это жёлтые шарики. Значит, жёлтых шариков больше, чем жёлтых кубиков, на $17-9=8$.

Задача 2. См. задачу 1 для 6 класса (с. 3). **[*4 балла*]**

Задача 3. См. задачу 2 для 6 класса (с. 3). **[*до 6 баллов*]**

Задача 4. Учительница написала на доске 10-значное натуральное число. Если стереть две его последние цифры, то полученное число разделится без остатка на 2, если стереть 3 последние цифры, то полученное число разделится без остатка на 3, если 4 последние цифры — на 4, ..., если 9 последних цифр — на 9. Какое наибольшее число могла написать учительница? **[*6 баллов*]** (*М. Евдокимов*)

Ответ. 9666567899.

Решение. Начнём с последнего условия. Если вычеркнуть 9 последних цифр, то останется одна, которая должна делиться на 9 — значит, это 9. Двузначное число, кратное 8 и начинающееся с 9, только одно: 96. Трёхзначное число, начинающееся с 96 и кратное 7, тоже только одно — это 966. Чтобы число из четырёх первых цифр делилось на 6, оно должно делиться на 3 и на 2. Сумма первых трёх цифр $9+6+6$ кратна 3, значит, четвёртая цифра должна делится на 3 и должна быть чётной. Подходит только 0 или 6. Выбираем 6, так как независимо от того, какие цифры будут дальше, число с 0 в этом разряде меньше, чем число с 6. Далее, число 9666* должно делиться на 5, т. е. заканчиваться на 0 или 5 — выбираем 5. Для делимости на 4 число из двух последних цифр должно делиться на 4, т. е. 5* делится на 4 — это 52 или 56, выбираем максимальную цифру 6. Для делимости на 3 сумма первых семи цифр должна делиться на 3. Первые шесть цифр мы уже знаем (966656), значит, седьмой цифрой может быть 1, 4 или 7 — берём наибольшую, 7. Наконец, следующая цифра для делимости на 2 должна быть чётной — возьмём 8, а на последние две цифры у нас ограничений нет — поставим две цифры 9.

Задача 5. См. задачу 4 для 6 класса (с. 5). **[*7 баллов*]**

Задача 6. Кощею достались шесть сундуков с золотыми монетами. Всего монет 300, и Кощей знает, сколько монет в каком сундуке лежит. За один ход Кощей выбирает

а) любые два **[*4 балла*]**

б) любые два или любые три **[*6 баллов*]**

сундука, общее количество монет в которых позволяет распределить их по выбранным сундукам поровну. Затем он уравнивает количества монет в выбранных сундуках, перекладывая монеты между ними. Всегда ли Кощей может за несколько ходов добиться, чтобы во всех шести сундуках стало поровну монет? (*И. Русских*)

Ответ. а) Нет; б) да.

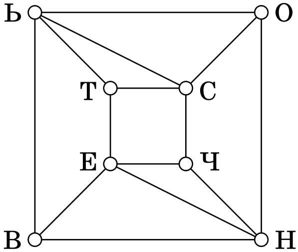
Решение. а) Чтобы сделать ход, Кощей должен открыть два сундука, суммарное количество монет в которых чётное. То есть нужно открыть либо два сундука с чётным количеством монет, либо два сундука с нечётным количеством монет.

Значит, если изначально в одних сундуках одинаковое чётное количество монет, а в других — одинаковое нечётное (например, в 4 сундуках по 25 монет, а в оставшихся двух — по 100), то Кощей не сможет сделать ни одного хода.

б) См. задачу 5 для 6 класса (с. 6).

7 класс в Математической вертикали

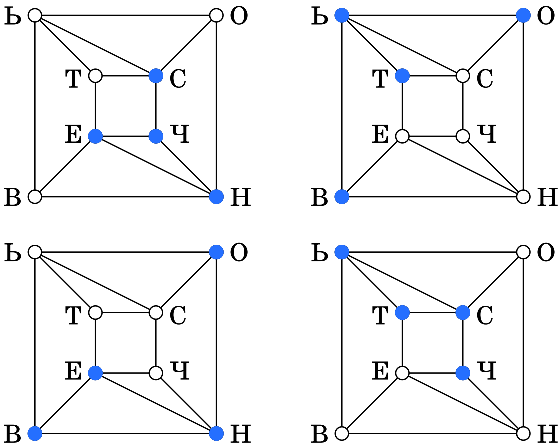
Задача 1. В снежном королевстве 8 городов, соединённых дорогами как на рисунке. Королева хочет раскрасить 4 города в синий цвет, а 4 оставить белыми так, чтобы из города В в город О можно было доехать, двигаясь из каждого города только в город другого цвета, а из Ь в Ч так доехать было бы нельзя. Помогите ей это сделать.



[*4 балла*]

(*Т. Голенищева-Кутузова*)

Ответ. Подходят только четыре раскраски, см. рисунки. В первых двух в город Ч просто невозможно попасть: он соединён только с городами такого же цвета.



Задача 2. См. задачу 1 для 6 класса (с. 3). **[*4 балла*]**

Задача 3. У Тани есть 20 кубиков и 26 шариков, каждый из них жёлтый или зелёный, лёгкий или тяжёлый. Лёгкая игрушка — обязательно шарик. Жёлтых игрушек столько же, сколько лёгких. Зелёных игрушек 37. А сколько тяжёлых шариков? **[*5 баллов*]**

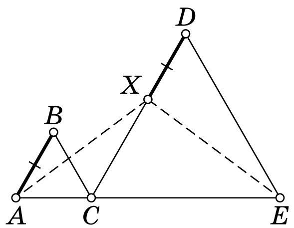
(*жюри по мотивам задачи С. Дориченко*)

Ответ. 17.

Решение. Всего игрушек $20+26=46$. Из них 37 — зелёные, значит, жёлтых $46-37=9$. Жёлтых и лёгких игрушек поровну, поэтому лёгких игрушек тоже 9. Все лёгкие игрушки — шарики, т. е. лёгких шариков — 9. Значит, остальные шарики тяжёлые — их $26-9=17$.

Задача 4. См. задачу 3 для 7 класса (с. 10). **[*6 баллов*]**

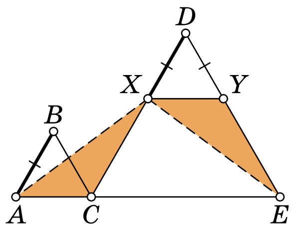
Задача 5. Равносторонние треугольники ABC и CDE расположены, как показано на рисунке (точка C лежит на отрезке AE). На отрезке CD выбрана такая точка X, что $XD=AB$. Докажите, что $AX=XE$.



[*8 баллов*]

(*М. Евдокимов, Т. Казицына, Е. Чернышева*)

Решение. Отметим на стороне DE такую точку Y, что $DY=DX$. Поскольку угол XDE равен $60°$, равнобедренный треугольник XDY также будет равносторонним.

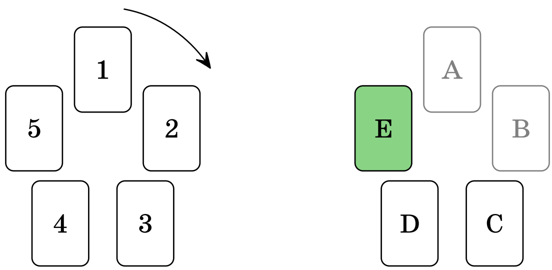


Рассмотрим треугольники AXC и XEY. Имеем $AC = AB = XD = XY$, а также $XC = DC - XD = DE - DY = EY$. Осталось заметить, что углы ACX и EYX равны: оба они — смежные с углами равносторонних треугольников, а значит, $\angle ACX = \angle EYX = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Таким образом, треугольники AXC и XEY равны по двум сторонам и углу между ними и, следовательно, $AX = XE$.

Задача 6. Петя и Вася хотят показать следующий фокус. У зрителей есть пять карточек с числами 1, 2, 3, 4, 5. Две из них зрители отдают Пете, одну — Васе, а две оставляют себе. Затем Петя называет число на одной из своих карточек (по своему выбору), после чего Вася должен угадать одно из чисел, которые есть на руках у зрителей. Как договориться Пете и Васе, чтобы фокус всегда удавался?

[*9 баллов*] (*А. Грибалко, И. Русских*)

Решение. Расположим мысленно карточки по кругу в порядке 1, 2, 3, 4, 5. Карточки Пети на этом круге могут либо лежать рядом, либо не рядом, но тогда с одной из сторон между ними лежит всего одна карточка.



Т. е. если двигаться по часовой стрелке — от одной из карточек Пети до другой нужно сделать не более двух шагов. Обозначим вторую из них E, и пусть Петя назовёт число на ней. Услышав это число, Вася будет знать, что вторая Петина карточка — одна из двух «предыдущих»: D или C — см. рисунок.

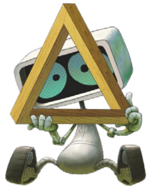
Хотя бы одна из двух карточек A и B не у Васи — значит, она у зрителей, и, назвав соответствующее число, Вася успешно завершит фокус.

☞ 5 апреля состоится
XXIII городская устная олимпиада
по математике для 6 и 7 классов,
куда будут приглашены призеры
XXXVII Математического праздника.

Подробнее в середине марта на странице
`olympiads.mccme.ru/ustn`

ЖУРНАЛ КВАНТИК

Ежемесячный научно-познавательный журнал для школьников 5-8 классов



KVANTIK.COM

В журнале вы найдёте интересные статьи и задачи по математике, лингвистике, физике, химии, биологии и другим естественным наукам, сможете принять участие в конкурсах по математике и русскому языку. Победителей конкурсов ждут дипломы и призы!

Знаете ли вы:

- Как работает фотофиниш?
- Зачем паровозу колёса разных размеров?
- Из каких листов бумаги можно сделать ленту Мёбиуса?
- Как по следам понять, в какую сторону ехал велосипед?
- Что видно по краям очков для близоруких?

Ответы на эти и другие вопросы ждут вас в нашем журнале.
С «Квантиком» вы узнаете много интересного об окружающем мире!

Кроме журнала, редакция выпускает альманахи, календари загадок, плакаты, а также серию книг **Библиотечка журнала «Квантик»**

Всю продукцию «Квантика» можно купить в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, сайт: **biblio.mccme.ru**, а также в интернет-магазинах **ozon.ru, market.yandex.ru, wildberries.ru, my-shop.ru** и других

О том, где ещё можно приобрести нашу продукцию, читайте на **kvantik.com/buy**

На журнал «Квантик» можно оформить подписку:

на сайте Почты России: podpiska.pochta.ru/press/ПМ068;
в почтовых отделениях: подписные индексы **ПМ068**, **ПМ989**
подробнее читайте на **kvantik.com/podpiska**

ВСЯ ИНФОРМАЦИЯ О ЖУРНАЛЕ — НА САЙТЕ KVANTIK.COM

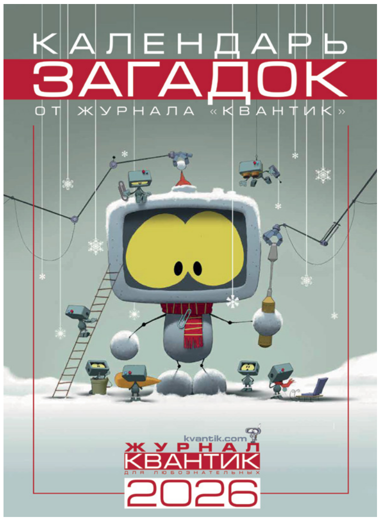
Редакция журнала регулярно выпускает
«Альманахи для любознательных» — сборники материалов
шести номеров журнала «Квантик» за каждое полугодие,
так в альманахах сохраняются материалы, начиная с 2012 года.

В настоящее время вышло 25 сборников. В альманахах статьи
распределены по рубрикам, а ответы собраны в конце.

Альманахи «Квантика» доступны в магазине
«Математическая книга» (**biblio.mccme.ru**)
и других интернет-магазинах

Ежегодно выходит настенный
перекидной календарь с избранными
задачами-картинками из журнала.

Каждая страница предлагает
новую интересную задачку, которую
можно решать вместе с друзьями
или всей семьёй,
а в конце календаря
собраны все решения и ответы.



Календарь Загадок на 2026 год доступен в магазине
«Математическая книга» по ссылке:
biblio.mccme.ru/node/296216

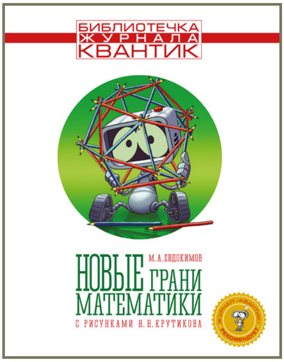
Библиотечка журнала «Квантик» — это серия книг, выходящих по материалам и в добавление к журналу «Квантик».
На данный момент выпущено 5 книг.

1

2

3

4



5

Выпуск 1. **М. Евдокимов** «Сто граней математики»

Выпуск 2. **С. Федин** «Перепутаница»

Выпуск 3. **К. Кохась** «Как Бусенька что-то там... Математические сказки»

Выпуск 4. **В. Красноухов** «Упрямоугольник. Головоломки для всей семьи»

Выпуск 5. **М. Евдокимов** «Новые грани математики»

Редакция «Квантика» также выпустила 3 набора плакатов формата А2 с занимательными задачами, собранными из материалов журналов разных годов.
Наши плакаты хорошо подходят для оформления школьных кабинетов математики и физики, их можно использовать на математических кружках и дома.

Каждый комплект содержит 10 плакатов с задачами и ответы.

Ссылка на плакаты в магазине «Математическая книга»