

Примеры заданий 9 класс

1. Вычислить:

$$\sqrt{7 - \sqrt{24}} - 1 - (\sqrt{7 + \sqrt{24}} + 1)$$

Решение:

$$\begin{aligned} &= \sqrt{7 - \sqrt{24}} - 1 - \sqrt{7 + \sqrt{24}} - 1 = \\ &= \sqrt{1 - 2\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2} - 2 - \sqrt{1 + 2\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2} = \\ &= \sqrt{(1 - \sqrt{6})^2} - 2 - \sqrt{(1 + \sqrt{6})^2} = |1 - \sqrt{6}| - 2 - (1 + \sqrt{6}) = \sqrt{6} - 1 - 2 - 1 - \sqrt{6} = -4 \end{aligned}$$

Ответ: -4.

2. Решить систему неравенств:

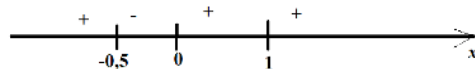
$$\begin{cases} \frac{2x^2 + x}{(x-1)^2} > 0, \\ \frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} \leq 2. \end{cases}$$

Решение:

$$1) \frac{2x(x+0,5)}{(x-1)^2} > 0.$$

$$\text{Рассмотрю функцию } y = \frac{2x(x+0,5)}{(x-1)^2}.$$

$D(y) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, Нули функции: $x = 0$ и $x = -0,5$.

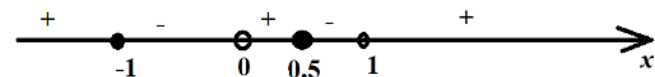


$y > 0$ при $x \in (-\infty; -0,5) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$;

$$2) \frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} \leq 2, \quad \frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x-1} - 2 \leq 0$$

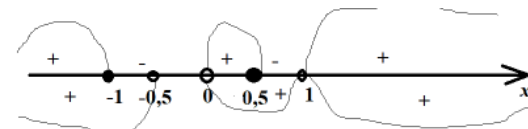
$$\frac{(x-1)^2 - x(x+1) - 2x(x-1)}{x(x-1)} \leq 0, \quad \frac{x^2 - 2x + 1 - x^2 - x - 2x^2 + 2x}{x(x-1)} \leq 0$$

$$\frac{-2x^2 - x + 1}{x(x-1)} \leq 0, \quad \frac{(x+1)(x-0,5)}{x(x-1)} \geq 0$$



$y \geq 0$ при $x \in (-\infty; -1] \cup (0; 0,5] \cup (1; +\infty)$;

3) Тогда



ОТВЕТ: $(-\infty; -1] \cup (0; 0,5] \cup (1; +\infty)$

3. В остроугольном $\triangle ABC$ проведены высоты AP и CM .

а) Докажите, что $\angle PAC$ равен $\angle PMC$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $PM = 8$ и $\angle ABC = 60^\circ$.

а) Углы APC и AMC — прямые, значит, точки A, M, P и C лежат на одной окружности с диаметром AC , и, следовательно, равны и вписанные углы PAC и PMC этой окружности, опирающиеся на дугу PC , что и требовалось доказать.

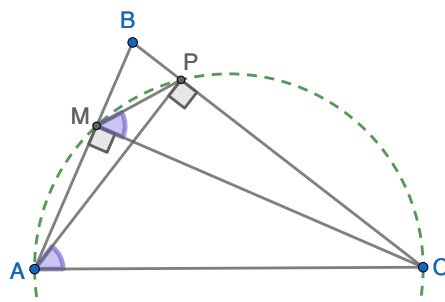
б) Прямоугольные треугольники ABP и CBM имеют общий угол ABC , следовательно, они подобны, откуда $\frac{BM}{BP} = \frac{BC}{BA}$ или $\frac{BM}{BC} = \frac{BP}{BA}$, но тогда и треугольники BAC и BPA также подобны,

причем коэффициент подобия равен $\frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{BA} = \cos \angle ABC$, откуда

$$AC = \frac{PM}{\cos \angle ABC} = \frac{8}{\cos 60^\circ} = 16. \text{ Тогда радиус } R \text{ окружности, описанной около треугольника}$$

$$ABC \text{ равен } R = \frac{AC}{2 \sin \angle ABC} = \frac{16}{2 \sin 60^\circ} = \frac{16}{\sqrt{3}}.$$

Ответ: $\frac{16}{\sqrt{3}}$.



4. Для каждого значения параметра a решите уравнение

1) Если $a = 2$, то уравнение принимает вид $0x^2 + 0x + 3 = 0$, т.е. $3=0$ это неверно. Значит, при $a = 2$ уравнение не имеет корней.

$(a - 2)x^2 + (4 - 2a)x + 3 = 0.$	2) Если $a \neq 2$, то это уравнение квадратное. $D = (4 - 2a)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (a - 2) = 16 - 16a + 4a^2 - 12a + 24 = 4a^2 - 28a + 40 = 4(a^2 - 7a + 10) = 4(a - 2)(a - 5)$ Если $D < 0$, то уравнение не имеет корней. Значит, при $a \in (2; 5)$ уравнение не имеет корней. Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень. Значит, при $a = 5$ один корень $x = 1$. Если $D > 0$, то уравнение имеет два различных корня. Значит, при $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$ уравнение имеет $\text{два корня } x_{1,2} = \frac{a - 2 \pm \sqrt{a^2 - 7a + 10}}{a - 2}$ Ответ: 1) при $a \in [2; 5)$ уравнение не имеет корней; 2) при $a = 5$ один корень $x = 1$; 3) при $a \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$ два корня $x_{1,2} = \frac{a - 2 \pm \sqrt{a^2 - 7a + 10}}{a - 2}$
-----------------------------------	--