

УТВЕРЖДАЮ



Директор АНОО

«Физтех-лицей» им. П.Л. Капицы

М.Г. Машкова

2022г.

**ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ
КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

АЛГЕБРА

10 класс

(физико-математический, информационно-технологический)

1. Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}15^\circ \cdot \operatorname{tg}105^\circ$
2. Решите неравенство: $\sqrt{3x+1} + 2|x| \leq 1$
3. Известно, что $\operatorname{tg}(2\alpha - \beta) + 6 \cdot \operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} \beta = 0$, $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Найдите $\operatorname{ctg} \beta$
4. Решите уравнение:

$$\frac{2 \cdot \cos 3x - \cos 5x}{|\cos 3x|} = 1$$

5. а) Решите уравнение

$$\frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

$$f(x) = \frac{(x+2)^3}{x^2}$$

Укажите количество решений уравнения $f(x) = a$ при каждом значении a .

7. Вычислите интеграл:

$$\int \cos(x) \cdot \sin^6(x) dx$$

8. Решите неравенства и найдите их общее решение:

а) $\log_2^2 x + 5 \log_2 x + 6 > 0$

б) $16^{x+\frac{1}{4}} - 9 \cdot 4^{x-\frac{1}{2}} + 1 \geq 0$

в) $\frac{2x^2-2x+1}{2x-1} \leq 1$

9. а) Найдите наименьшее значение функции $y = 3^{-x^2+2x-2}$

б) Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 12x^2 + 13$

в) Найдите критические точки функции $f(x) = x + \frac{4}{x}$ и среди них укажите точку максимума

г) Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (x-3)^2(x-6) - 5$ на отрезке $[4; 10]$

10. Отношение трехзначного натурального к сумме его цифр - целое число.

а) может ли это отношение быть равным 11?

б) может ли это отношение быть равным 5?

в) Какое наибольшее значение может принимать это отношение, если число делится на 100 и его первая цифра равна 7?

11. Многочлен $f(x)$ при делении на многочлен $x^3 + x^2 - 10x + 8$ дает в остатке $x^2 - x + 1$. Найдите значение выражения: $f(1) \cdot f(2) - f(-4)$

12. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3^{-x}$ и $y = \frac{x}{3}$

13. а) В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают 2 фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

б) Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Какова вероятность, что во второй раз выпало 3 очка?

в) Телефон передает sms сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой следующей попытке равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи потребуется не более двух попыток.

14. Вычислите пределы: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{2x+1} \right)^{2x-1}$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$

в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 5x + 6} - x;$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{5x}$

15. Определите все такие значения параметра b , при которых касательная к графику функции $y = x^4 - bx^2 + 3x - 13$, проведенная в его точке с абсциссой 1, имеет с этим графиком ровно одну общую точку.