

УТВЕРЖДАЮ



Директор АНОО

«Физтех-лицей» им. П.Л. Капицы

М.Г. Машкова

2022г.

**ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ
КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ

10 класс

(математический профиль)

1. Сколько делителей имеет число $16!$?
2. Город состоит из 13 вертикальных и 7 горизонтальных улиц (прямоугольник 13×7). На всех улицах введено одностороннее движение: можно ехать только "вправо" или "вверх".
 - 1) Сколько маршрутов, ведущих из точки пересечения крайней нижней горизонтальной улицы с крайней левой вертикальной улицы в точку пересечения крайней верхней горизонтальной улицы с крайней правой вертикальной улицей?
 - 2) Сколько маршрутов из предыдущего пункта проходят через точку пересечения 5 горизонтальной улицы с 3 вертикальной?
3. Сколькими способами из клетчатого квадрата 9×9 можно вырезать прямоугольник по границам клеток? (симметричные случаи считаются различными)
4. Сколькими способами можно заменить все звездочки на 3 четных и 3 нечетных цифры (не обязательно различных) в числе $2017 * 7 * * 13 * * 112 *$ так, чтобы полученное число делилось на 12?
5. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.
6. Дана таблица размером 2×5 . В левом верхнем углу записано число 1. Сколькими способами таблицу можно дополнить числами $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ так, чтобы выполнялись оба следующих условия:
 - 1) в каждой строчке присутствовало каждое из чисел от 1 до 5,
 - 2) в каждом столбце все числа были различны?
 (Пример такого заполнения: первая строчка: 1,2,5,4,3, вторая строчка: 3,5,2,1,4.)
7. Найдите $\sup_X f, \inf_X f$, а также $\max_X f, \min_X f$, если последние существуют:
 - 1) $f(x) = x^2 - 6x + 11, X = \mathbb{R}$;
 - 2) $f(x) = \frac{3x^2 - 3x + 4}{x^2 - x + 1}, X = \mathbb{R}$;
8. Докажите с помощью определения неограниченность последовательности:

$$x_n = n^2 - n - 72.$$

Является ли данная данная последовательность бесконечно большой (ответ обоснуйте)?

9. Пусть $\{x_n\}$ – бесконечно большая последовательность. Верно ли, что должно выполняться $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\infty$ или $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$.
10. Докажите с помощью определения предела последовательности, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2 - 1} = 1.$$

11. Пусть последовательности $\{a_n + b_n\}$ и $\{a_n b_n\}$ сходятся. Верно ли, что последовательности $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ сходятся?
12. Найдите $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, где
 - 1) $x_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}$;
 - 2) $x_n = \frac{n^3 + 3^n}{n + 3^{n+1}}$;
 - 3) $x_n = \sum_{k=1}^n (-1/3)^k$.

13. Докажите, что последовательность $\{x_n\}$ имеет предел, и найдите его, если:

$$x_1 = \frac{1}{6}, x_{n+1} = \frac{4}{3}x_n - x_n^2.$$

14. Используя логические символы, запишите утверждения: $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = +\infty$.

15. Докажите с помощью только определений, что функция $f(x) = \sqrt{x+3}$ непрерывна в точке $x = 1$.

16. Вычислите предел:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 8x + 3} - \sqrt{x^2 + 4x + 3}).$$

17. Вычислите предел:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 2\pi x}.$$

18. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x)$ на промежутке Δ :

$$f = (x+2)^2(x-3)^3, \Delta = [-1; 5].$$

19. Касательная к параболы $y = -x^2 + 4x - 2$ пересекает ось Ox в точке A , а ось Oy в точке B так, что $BO = 2AO$, где O – начало координат. Найдите длину отрезка AB .

20. Рассматриваются всевозможные параболы, касающиеся оси Ox и прямой $y = \frac{x}{2} - 3$ и такие, что их ветви направлены вниз. Найдите уравнение той параболы, для которой сумма расстояний от начала координат до точек пересечения ее с осями координат является наименьшей.