

Директор Л
«Физтех-Л»

«Физтех-лицей» им. П.Л. Капицы
М.Г. Машкова
2022г.

8 класс

1. Упростите выражение:

a) (1) $\sqrt{13 - \sqrt{48}}$

$$\text{B) } \frac{2}{a} - \left(\frac{a^2}{a^2 + ab} - \frac{a^2 - b^2}{ab} - \frac{b^2}{ab + b^2} \right) \cdot \frac{a + b}{a^2 + ab + b^2}$$

$$\text{б) (2) } \frac{a^2-4}{\sqrt{\left(\frac{a^2+4}{2a}\right)^2-4}} \text{ при } a < -2$$

$$\text{г) } (2) \frac{7^{t+1} * 2^{3t-4}}{56^{t-1}}$$

a) (1) $2020x^2 - 2021x + 1 = 0$

$$\Gamma) (2) \quad \frac{33}{x^3 - 2x^2 - x + 2} + \frac{1}{(x-1) \cdot (x-2)} = \frac{1}{x+1}$$

$$6) (2) \frac{3}{x+2} - \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x+1}{x^2+3x+2}$$

д) (2) $1 - \frac{15}{(x^2 - 4x)^2} = \frac{2}{x^2 - 4x}$

B) (2) $|t^2 + 3t + 3| = |t^2 - 6t + 8|$

e) (2) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$

$$\text{a)} (1) - 1 + 2x - 5x^2 < 0$$

$$\text{B})(2) \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2}{4(x+4)^5(5-x)^3} \leq 0$$

$$6) (1) \frac{x+1}{x^2} > 0$$

$$\Gamma(2) \quad (x^2 + x - 2)^2 + (x^2 - 4)^2 \leq 0$$

4. (3) Решите систему:
$$\begin{cases} \frac{x+4}{2} - \frac{4-3x}{4} < \frac{1}{6} \\ 3x^2 + 7x - 6 \leq 0 \end{cases}$$

5. (4) Постройте график кусочно-заданной функции: $f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & x \leq -1 \\ x^2 - 4x, & x > -1 \end{cases}$

6. (5) Укажите множество значений параметра K при которых уравнение $x^2 - 4|x| + 9 - k^2 = 0$ имеет ровно три корня?

7. (2) Найдите все значения параметра q при которых уравнение $qx^2 + 12x + 4q = 0$ имеет единственное решение

8. (2) Найдите значение выражения $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + 5x + 3 = 0$.

0.

9. (4) Решите задачу:

Лицейсты восьмиклассники Вова и Гоша решают задачи. За час Вова может решить на две задачи больше, чем Гоша (при этом оба за час решают целое количество задач). Известно, что вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова. За какое время Гоша может решить 20 задач? Ответ дайте в часах.

10. (2) Какое из чисел $\sqrt{2}$ или $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ближе к 1? (ответ обосновать)

11. (1) Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 42 (включительно) до 61 (включительно) делится на 3?

12. (2) Какова вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков выпадут числа, сумма которых равна 10? Результат округлите до сотых.

Геометрия

1. В остроугольном треугольнике ABC BD и AE - высоты. Докажите, что $DC \cdot AC = EC \cdot BC$

2. Точка P делит сторону AB треугольника ABC в отношении 3:7, считая от A . В каком отношении прямая CP делит медиану BM ?

3. Найдите диагональ равнобокой трапеции, основания которой равны 20 см и 12 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам

4.

Докажите, что сумма внешних углов выпуклого многоугольника не зависит от числа сторон многоугольника.

5.

В четырехугольнике $ABCD$ $\angle A + \angle B = 180^\circ$, $AB \parallel CD$. На сторонах BC и AD отмечены точки M и K соответственно так, что $BM = KD$. Докажите, что точки M и K находятся на одинаковом расстоянии от точки пересечения диагоналей четырехугольника.

6.

Точки M и K являются соответственно серединами сторон AB и BC треугольника ABC . Через вершину C вне треугольника проведена прямая, параллельная AB и пересекающая луч MK в точке E . Докажите, что $\underline{\underline{KE}} = \underline{\underline{\frac{1}{2}AC}}.$

7.

В равнобедренной трапеции большее основание в два раза превосходит меньшее. Середина большего основания удалена от вершины тупого угла на расстояние, равное длине меньшего основания. Найдите углы трапеции.

8.

Постройте параллелограмм по большей стороне, меньшей диагонали и углу между ними.

9.

В прямоугольнике $MPKH$ O — точка пересечения диагоналей. Точки A и B — середины сторон MP и MH соответственно. Точка C делит отрезок MK в отношении $1:7$, считая от точки M ; $AC \perp MK$. Найдите отношение сторон BO и PH .

10.

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O , которая удалена от прямой CD на 4 см. Найдите площадь треугольника AOB , если $CD = 8$ см.

11.

Треугольник ABC прямоугольный ($\angle C = 90^\circ$), $D \in AC$ и $E \in AB$, причем $DE \parallel BC$ и $DE = DC$, $AE = 15$ мм, $EB = 20$ мм. Найдите периметр треугольника ABC .

12.

Треугольник ABC прямоугольный ($\angle C = 90^\circ$), $D \in AC$ и $E \in AB$, причем $DE \parallel BC$ и $DE = DC$, $AE = 15$ мм, $EB = 20$ мм. Найдите периметр треугольника ABC .

13.

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причем $AD = 1,6AB$. На стороне CD взята точка M . Известно, что $DM:MC = 2:5$. Докажите, что прямая BM разбивает треугольник ACD на две фигуры, площади которых относятся как $5:6$. Найдите площадь четырехугольника $AFMD$, где F — точка пересечения прямой BM с диагональю AC , если высота трапеции равна 14, а отрезок с концами на боковых сторонах трапеции, проходящий через точку пересечения диагоналей параллельно ее основаниям, равен 60.