



Алгебраические выражения

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

01. Основные приёмы

Задание 1

Раскройте скобки и приведите подобные:

$$(2x + 3)^2.$$

Задание 2

Упростите $(3x - 2)^2 - (3x + 2)^2$.

Задание 3

Раскройте скобки и приведите подобные:

$$(4x + 1)^2.$$

Задание 4

Упростите $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$.

Задание 5

Разложите на множители: $9x^2 - 25$.

Задание 6

Разложите на множители $x^3 - 4x^2 - x + 4$.

Задание 7

Разложите на множители: $4x^2 - 81$.

Задание 8

Разложите на множители над целыми числами $x^4 + 4$.

Задание 9

Упростите выражение и укажите исходную ОДЗ:

$$\frac{(3x + 2)^2 - (3x - 2)^2}{4x}.$$

Задание 10

Упростите $\frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$, укажите ОДЗ и объясните, совпадает ли график исходной дроби с графиком упрощённой функции.

02. Применение и сочетание приёмов**Задание 11**

Упростите выражение и укажите исходную ОДЗ:

$$\frac{(2x + 4)^2 - (2x - 4)^2}{4x}.$$

Задание 12

Упростите $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) : \frac{2}{x^2-1}$ и укажите ОДЗ.

Задание 13

Известно, что $a + b = 7$ и $ab = 3$. Найдите $a^2 + b^2$.

Задание 14

Известно $a + b = 5$ и $a^2 + b^2 = 13$. Найдите ab и $a^3 + b^3$.

Задание 15

Известно, что $a + b = 13$ и $ab = 8$. Найдите $a^2 + b^2$.

Задание 16

При $x \neq 0$ дано $x - \frac{1}{x} = 2$. Найдите $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Задание 17

Раскройте скобки, не выполняя последовательное умножение трёх двучленов:

$$(2x + 1)^3.$$

Задание 18

Упростите $(x + y)^3 + (x - y)^3$.

03. Повторение пройденного**Задание 19**

Повторение. Вычислите $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) : \frac{7}{12}$.

Задание 20

Повторение. Число увеличили на 20%, затем результат уменьшили на 20%. Как изменилось исходное число?

04. Многошаговые задачи**Задание 21**

Найдите коэффициент при x^3 в разложении $(1 + 2x)^7$, не раскрывая все скобки.

Задание 22

Найдите коэффициент при x^4 в $(1 + 2x - x^2)^3$.

Задание 23

Найдите коэффициент при x^4 в разложении $(1 + 3x)^9$, не раскрывая все скобки.

Задание 24

Найдите остаток от деления $P(x) = x^5 - 3x^2 + 2$ на $x - 2$.

Задание 25

Известно, что $a + b = 5$ и $ab = 3$. Найдите $a^3 + b^3$.

Задание 26

Разделите $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ на $x - 2$ и разложите исходный многочлен на линейные множители.

Задание 27

Известно, что $a + b = 10$ и $ab = 21$. Найдите $a^3 + b^3$.

Задание 28

Действительные числа x, y удовлетворяют $x + y = 6$. Найдите наибольшее значение xy и случай равенства.

Задание 29

Докажите, что число $n^4 + 4$ является составным при каждом натуральном $n > 1$.

Задание 30

Найдите свободный член после раскрытия скобок в

$$\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6,$$

где $x \neq 0$.

05. Задания с развёрнутым решением**Задание 31**

Разложите многочлен

$$P(x) = x^3 + 9x^2 + 17x - 6$$

на множители, если известно, что $x = -6$ - его корень.

Задание 32

Разложите многочлен

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 11x + 15$$

на множители, если известно, что $x = -3$ - его корень.

Задание 33

Упростите выражение и укажите исходную ОДЗ:

$$\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} - \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}.$$

Задание 34

Найдите a и b , при которых тождественно верно

$$x^4 + ax^2 + b = (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2).$$

Задание 35

Найдите p и q , если многочлен

$$P(x) = x^4 + px^3 + qx^2 + px + 1$$

делится на $x^2 - 3x + 2$.

Задание 36

Упростите выражение и укажите все ограничения:

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} : \frac{x + 1}{x + 2}.$$

06. Итоговые задачи повышенной сложности**Задание 37**

Известно, что

$$x + \frac{1}{x} = 3.$$

Найдите

$$x^4 + \frac{1}{x^4},$$

не находя x .

Задание 38

Докажите, что для положительных x и y выполняется

$$(x + y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq 4,$$

и найдите все случаи равенства.

Задание 39

Для каждого действительного a разложите $P_a(x) = x^4 - (a + 2)x^2 + 2a$ на множители и определите число различных действительных корней.

Задание 40

Найдите все a , при которых уравнение $(x^2 - a)^2 = 1$ имеет ровно четыре различных корня на отрезке $[-2; 2]$.