



ПРОФИЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА · УРОК 03

Отношения, пропорции и проценты

Ответы и пошаговые решения

Обычный уровень — задания 1-20

Задание 1

Вычислите $\frac{3}{4} + 0,125$.**Решение**

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} &= 0,75 \\ 0,75 + 0,125 &= 0,875\end{aligned}$$

Ответ: 0,875

Задание 2

Сократите отношение 18:30.

Решение

Делим обе части отношения на 6.

$$18 : 30 = 3 : 5$$

Ответ: 3:5

Задание 3

В классе 12 мальчиков и 18 девочек. Найдите отношение числа мальчиков к числу всех учеников.

Решение

$$12 : (12 + 18) = 12 : 30 = 2 : 5$$

Ответ: 2:5

Задание 4

Решите пропорцию $\frac{x}{15} = \frac{8}{20}$.**Решение**

$$\begin{aligned}20x &= 15 \cdot 8 \\ x &= 6\end{aligned}$$

Ответ: 6

Задание 5

Для 6 порций требуется 450 г муки. Сколько граммов нужно для 10 порций?

**Решение**

$$\begin{aligned}450 \div 6 &= 75 \\ 75 \cdot 10 &= 750\end{aligned}$$

Ответ: 750

Задание 6

Четыре одинаковых насоса заполняют резервуар за 18 часов. За сколько часов его заполнят 6 таких насосов?

Решение

$$\begin{aligned}4 \cdot 18 &= 72 \\ 72 \div 6 &= 12\end{aligned}$$

Ответ: 12

Задание 7

Найдите 15% от 360.

Решение

$$360 \cdot 0,15 = 54$$

Ответ: 54

Задание 8

36 составляет 12% некоторого числа. Найдите это число.

Решение

$$36 \div 0,12 = 300$$

Ответ: 300

Задание 9

В группе 32 ученика, 24 из них выполнили работу. Сколько процентов учеников выполнили работу?

Решение

$$24 \div 32 \cdot 100\% = 75\%$$

Ответ: 75

Задание 10

Товар стоил 2800 рублей. Его цену снизили на 15%. Найдите новую цену.

Решение

$$2800 \cdot 0,85 = 2380$$

Ответ: 2380

**Задание 11**

Зарплата 64 000 рублей выросла на 8%. Найдите новую зарплату.

Решение

$$64\,000 \cdot 1,08 = 69\,120$$

Ответ: 69120

Задание 12

Цена выросла с 1500 до 1740 рублей. На сколько процентов она увеличилась?

Решение

$$\begin{aligned} 1740 - 1500 &= 240 \\ 240 \div 1500 \cdot 100\% &= 16\% \end{aligned}$$

Ответ: 16

Задание 13

После скидки 20% товар стоит 1840 рублей. Найдите первоначальную цену.

Решение

$$1840 \div 0,8 = 2300$$

Ответ: 2300

Задание 14

Вклад 50 000 рублей увеличился за год на 6%. Какая сумма стала на счёте?

Решение

$$50\,000 \cdot 1,06 = 53\,000$$

Ответ: 53000

Задание 15

В растворе массой 500 г содержится 8% соли. Сколько граммов соли в растворе?

Решение

$$500 \cdot 0,08 = 40$$

Ответ: 40

Задание 16

Из 800 деталей 2,5% оказались бракованными. Сколько годных деталей?

Решение

$$\begin{aligned} 800 \cdot 0,025 &= 20 \\ 800 - 20 &= 780 \end{aligned}$$



Ответ: 780

Задание 17

Смешали 3 части сока и 2 части воды. Получили 20 л напитка. Сколько литров сока использовали?

Решение

$$\begin{aligned}3 + 2 &= 5 \\ 20 \cdot \frac{3}{5} &= 12\end{aligned}$$

Ответ: 12

Задание 18

На карте 2,4 см соответствуют 60 км. Сколько километров соответствуют 5,6 см?

Решение

$$\begin{aligned}60 \div 2,4 &= 25 \\ 25 \cdot 5,6 &= 140\end{aligned}$$

Ответ: 140

Задание 19

В школе 45% учеников изучают немецкий язык, остальные 330 учеников — английский. Сколько учеников в школе?

Решение

$$\begin{aligned}100\% - 45\% &= 55\% \\ 330 \div 0,55 &= 600\end{aligned}$$

Ответ: 600

Задание 20

Цена билета 2400 рублей. Сервисный сбор составляет 5% цены. Найдите итоговую стоимость.

Решение

$$2400 \cdot 1,05 = 2520$$

Ответ: 2520

Усложнённый уровень — задания 21-40

Задание 21

Вычислите $1\frac{3}{5} \div 0,4$.

**Решение**

$$1\frac{3}{5} = 1,6$$
$$1,6 \div 0,4 = 4$$

Ответ: 4**Задание 22**

Разделите число 420 в отношении 3:4. В ответ запишите большую часть.

Решение

$$3 + 4 = 7$$
$$420 \div 7 = 60$$
$$60 \cdot 4 = 240$$

Ответ: 240**Задание 23**

Отношение длины к ширине прямоугольника равно 7:4, а периметр равен 66 см. Найдите длину.

Решение

Сумма длины и ширины равна 33 см.

$$7 + 4 = 11$$
$$33 \div 11 \cdot 7 = 21$$

Ответ: 21**Задание 24**

Из 12 кг свежих яблок получают 2,4 кг сушёных. Сколько сушёных яблок получится из 37,5 кг свежих?

Решение

$$2,4 \div 12 = 0,2$$
$$37,5 \cdot 0,2 = 7,5$$

Ответ: 7,5**Задание 25**

Цена товара сначала увеличилась на 20%, затем снизилась на 20%. Первоначальная цена 7500 рублей. Найдите итоговую цену.

Решение

$$7500 \cdot 1,2 \cdot 0,8 = 7200$$

Одинаковые проценты применены к разным основаниям.

Ответ: 7200



Задание 26

После двух последовательных скидок 10% и 15% товар стоит 6885 рублей. Найдите первоначальную цену.

Решение

$$\begin{aligned}0,9 \cdot 0,85 &= 0,765 \\ 6885 \div 0,765 &= 9000\end{aligned}$$

Ответ: 9000

Задание 27

Число увеличили на 25%. На сколько процентов нужно уменьшить полученный результат, чтобы вернуться к исходному числу?

Решение

$$1 \div 1,25 = 0,8$$

Нужно оставить 80%, то есть уменьшить на 20%.

Ответ: 20

Задание 28

Цена без НДС равна 48 000 рублей. НДС составляет 20% цены без НДС. Найдите цену с НДС.

Решение

$$48\,000 \cdot 1,2 = 57\,600$$

Ответ: 57600

Задание 29

В морской воде 4% соли. Сколько килограммов воды нужно добавить к 25 кг морской воды, чтобы концентрация стала 2,5%?

Решение

$$25 \cdot 0,04 = 1$$

Масса соли не меняется.

$$\begin{aligned}1 \div 0,025 &= 40 \\ 40 - 25 &= 15\end{aligned}$$

Ответ: 15

Задание 30

Сплав содержит 12% меди. Сколько килограммов меди нужно добавить к 20 кг сплава, чтобы доля меди стала 20%?

Решение

$$20 \cdot 0,12 = 2,4$$



Пусть добавили x кг меди.

$$\frac{2,4 + x}{20 + x} = 0,2$$
$$2,4 + x = 4 + 0,2x$$
$$x = 2$$

Ответ: 2

Задание 31

В январе продажи составили 2,4 млн рублей. В феврале они выросли на 15%, а в марте снизились на 10% относительно февраля. Найдите продажи марта в миллионах рублей.

Решение

$$2,4 \cdot 1,15 \cdot 0,9 = 2,484$$

Ответ: 2,484

Задание 32

Вклад 80 000 рублей размещён под 10% годовых с ежегодной капитализацией. Какая сумма будет через 2 года?

Решение

$$80\,000 \cdot 1,1^2 = 96\,800$$

Ответ: 96800

Задание 33

Численность города выросла с 48 000 до 51 600 человек. На сколько процентов она выросла?

Решение

$$51\,600 - 48\,000 = 3600$$
$$3600 \div 48\,000 \cdot 100\% = 7,5\%$$

Ответ: 7,5

Задание 34

Затраты уменьшились на 12% и стали равны 704 000 рублей. На сколько рублей они уменьшились?

Решение

$$704\,000 \div 0,88 = 800\,000$$
$$800\,000 - 704\,000 = 96\,000$$

Ответ: 96000

Задание 35



В классе отношение отличников к остальным ученикам равно 2:7. После появления ещё двух отличников отношение стало 4:7. Сколько учеников было в классе первоначально?

Решение

Здесь появление двух отличников понимается как приход двух новых учеников; число остальных учеников не меняется.

Две новые части соответствуют двум ученикам, значит одна часть — один ученик.

$$2 + 7 = 9$$

Ответ: 9

Если бы речь шла о переходе двух учеников из группы «остальные» в отличники при неизменном составе класса, исходная формулировка привела бы к другой модели без целочисленного числа учеников. Для приведённого ответа используется приход новых учеников.

Задание 36

Для покрытия пола купили плитку с запасом 12%. Использовали 95% купленной плитки, что составило 42,56 м². Найдите площадь пола без запаса.

Решение

$$42,56 \div 0,95 = 44,8$$

$$44,8 \div 1,12 = 40$$

Ответ: 40**Задание 37**

Товар подорожал на 18%, а затем ещё на 10%. На сколько процентов выросла цена по сравнению с первоначальной?

Решение

$$1,18 \cdot 1,10 = 1,298$$

Рост составляет 29,8%.

Ответ: 29,8**Задание 38**

В растворе 15% вещества. После испарения 4 кг воды концентрация стала 20%. Найдите первоначальную массу раствора.

Решение

Пусть первоначальная масса x кг; масса вещества $0,15x$.

$$\frac{0,15x}{x - 4} = 0,2$$

$$0,15x = 0,2x - 0,8$$

$$x = 16$$

Ответ: 16



Задание 39

План предусматривал выпуск 1200 изделий. Фактически выпустили 1380. На сколько процентов перевыполнен план?

Решение

$$\begin{aligned}1380 - 1200 &= 180 \\ 180 \div 1200 \cdot 100\% &= 15\%\end{aligned}$$

Ответ: 15

Задание 40

После скидки 25% и начисления сервисного сбора 8% билет стоит 4860 рублей. Найдите цену до скидки.

Решение

$$\begin{aligned}0,75 \cdot 1,08 &= 0,81 \\ 4860 \div 0,81 &= 6000\end{aligned}$$

Ответ: 6000
