



Урок 18. Ответы и решения

Условия, ответы и пошаговые решения всех 40 заданий.

01. Начальный уровень: задания 1-20

Задание 1

Честную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпадет орёл.

1. Вероятность орла в каждом независимом броске равна $\frac{1}{2}$.

2. $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Ответ: $\frac{1}{4}$

Задание 2

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадет чётное число, а во второй - число больше 4.

1. В первом броске подходят 2, 4, 6: вероятность $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

2. Во втором подходят 5, 6: вероятность $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

3. Броски независимы: $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Ответ: $\frac{1}{6}$

Задание 3

Вероятности отказа двух независимых устройств равны 0,1 и 0,2. Найдите вероятность того, что оба устройства будут работать.

1. Вероятности работы равны 0,9 и 0,8.

2. $P(\text{оба работают}) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$.

Ответ: 0,72

Задание 4

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что все три раза выпадет решка.

1. Все броски независимы, вероятность решки в каждом равна $\frac{1}{2}$.

2. $P = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Ответ: $\frac{1}{8}$

Задание 5

Два игрока независимо попадают дротиком в круг с вероятностями 0,8 и 0,7. Найдите вероятность двух попаданий.

1. Требуется оба попадания.

2. $P = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

Ответ: 0,56

Задание 6

Бросают игральный кубик. Найдите вероятность выпадения 1 или 6.

1. События несовместны; благоприятны два исхода из шести.

2. $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$

Задание 7

Из 10 билетов 3 дают главный приз, 2 - утешительный, остальные не дают приза. Выбирают один билет. Найдите вероятность получить любой приз.

1. Призовых билетов $3 + 2 = 5$.

2. $P = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$

Задание 8

Круг разделён на 12 равных секторов: 4 зелёных, 3 жёлтых и 5 белых. Стрелка с равной вероятностью останавливается в любом секторе. Найдите вероятность зелёного или жёлтого сектора.

1. Зелёный и жёлтый цвет несовместны.
2. Благоприятны $4 + 3 = 7$ секторов из 12.

3. $P = \frac{7}{12}$.

Ответ: $\frac{7}{12}$

Задание 9

Вероятность попадания баскетболиста при одном штрафном броске равна 0,75. Найдите вероятность промаха.

1. Промах противоположен попаданию.
2. $P(\text{промах}) = 1 - 0,75 = 0,25$.

Ответ: 0,25

Задание 10

Повторение: прогрессии, движение, экстремумы и смеси.

В арифметической прогрессии $a_1 = 5$ и $d = 3$. Найдите a_6 .

1. $a_6 = a_1 + 5d$.
2. $a_6 = 5 + 5 \cdot 3 = 20$.

Ответ: 20

Задание 11

Честную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что хотя бы один раз выпадет орёл.

1. Противоположное событие - две решки.

2. $P(\text{PP}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

3. $P(\text{хотя бы один орёл}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Ответ: $\frac{3}{4}$

Задание 12

Кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что хотя бы один раз выпадет 6.

1. Вероятность не получить 6 в одном броске равна $\frac{5}{6}$.

2. $P(\text{ни одной шестёрки}) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$.

3. Искомая вероятность $1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$.

Ответ: $\frac{11}{36}$

Задание 13

Два независимых сервера отвечают на запрос с вероятностями 0,6 и 0,5. Найдите вероятность, что ответит хотя бы один сервер.

1. Ни один не ответит с вероятностью $0,4 \cdot 0,5 = 0,2$.

2. Искомая вероятность $1 - 0,2 = 0,8$.

Ответ: 0,8

Задание 14

Монету бросают два раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

1. Подходят ОР и РО.

2. $P = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$

Задание 15

Два стрелка делают по одному независимому выстрелу. Первый попадает с вероятностью 0,7, второй с вероятностью 0,8. Найдите вероятность ровно одного попадания.

1. Первый попал, второй промахнулся: $0,7 \cdot 0,2 = 0,14$.

2. Первый промахнулся, второй попал: $0,3 \cdot 0,8 = 0,24$.

3. $P = 0,14 + 0,24 = 0,38$.

Ответ: 0,38

Задание 16

Два независимых блока работают с вероятностями 0,9 и 0,8. Найдите вероятность того, что работает ровно один блок.

1. Работает только первый: $0,9 \cdot 0,2 = 0,18$.

2. Работает только второй: $0,1 \cdot 0,8 = 0,08$.

3. $P = 0,18 + 0,08 = 0,26$.

Ответ: 0,26

Задание 17

В мешке 6 красных, 5 синих и 4 зелёных шара. Выбирают один шар. Найдите вероятность красного или зелёного шара.

1. Благоприятны $6 + 4 = 10$ шаров из 15.

2. $P = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

Ответ: $\frac{2}{3}$

Задание 18

Повторение: прогрессии, движение, экстремумы и смеси.

Два автомобиля одновременно выехали навстречу друг другу из пунктов на расстоянии 180 км со скоростями 40 и 50 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

1. Скорость сближения $40 + 50 = 90$ км/ч.

2. $t = \frac{180}{90} = 2$ ч.

Ответ: 2 ч

Задание 19

Вероятности выпуска годной детали двумя независимыми станками равны 0,96 и 0,95. Найдите вероятность того, что обе детали годные.

1. Требуются два независимых успеха.

2. $P = 0,96 \cdot 0,95 = 0,912$.

Ответ: 0,912

Задание 20

Три независимые лампы включаются с вероятностью 0,9 каждая. Найдите вероятность того, что включатся все три.

1. Вероятность совместного включения равна произведению.

2. $P = 0,9^3 = 0,729$.

Ответ: 0,729

02. Средний уровень: задания 21-35**Задание 21**

Честную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что все четыре раза выпадет орёл.

1. Четыре независимых успеха имеют вероятность $\left(\frac{1}{2}\right)^4$.

2. $P = \frac{1}{16}$.

Ответ: $\frac{1}{16}$

Задание 22

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что хотя бы один раз выпадет решка.

1. Противоположное событие - четыре орла.

2. $P(OOOO) = \frac{1}{16}$.

3. $P(\text{хотя бы одна решка}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.

Ответ: $\frac{15}{16}$

Задание 23

Кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что ровно один раз выпадет 6.

1. Шестёрка, затем не шестёрка: $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$.

2. Не шестёрка, затем шестёрка: $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$.

3. $P = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Ответ: $\frac{5}{18}$

Задание 24

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

1. Положение единственного орла можно выбрать тремя способами.

2. Вероятность каждого пути равна $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

3. $P = 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

Ответ: $\frac{3}{8}$

Задание 25

Стрелок делает три независимых выстрела с вероятностью попадания 0,8. Найдите вероятность хотя бы одного попадания.

1. Вероятность промаха равна 0,2.

2. $P(\text{три промаха}) = 0,2^3 = 0,008$.

3. $P(\text{хотя бы одно попадание}) = 1 - 0,008 = 0,992$.

Ответ: 0,992

Задание 26

Вероятность дождя в субботу равна 0,3, в воскресенье 0,4. В модели задачи события независимы. Найдите вероятность того, что ни в субботу, ни в воскресенье дождя не будет.

1. Вероятности отсутствия дождя равны 0,7 и 0,6.

2. $P = 0,7 \cdot 0,6 = 0,42$.

Ответ: 0,42

Задание 27

Первый кандидат проходит собеседование с вероятностью 0,6, второй - с вероятностью 0,75; результаты независимы. Найдите вероятность того, что пройдёт ровно один.

1. Пройдёт только первый: $0,6 \cdot 0,25 = 0,15$.

2. Пройдёт только второй: $0,4 \cdot 0,75 = 0,30$.

3. $P = 0,15 + 0,30 = 0,45$.

Ответ: 0,45

Задание 28**Повторение: прогрессии, движение, экстремумы и смеси.**Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

1. $f(x) = (x - 3)^2 - 4$.

2. Квадрат неотрицателен, минимум равен -4 при $x = 3$.

Ответ: -4 **Задание 29**

В коробке 5 красных и 3 синих шара. Выбирают два шара без возвращения. Найдите вероятность того, что оба шара красные.

1. $P(\text{первый красный}) = \frac{5}{8}$.

2. После него красных 4 из 7: $P(\text{второй красный}) = \frac{4}{7}$.

3. $P = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$.

Ответ: $\frac{5}{14}$ **Задание 30**

В коробке 5 красных и 3 синих шара. Выбирают два шара без возвращения. Найдите вероятность шаров разных цветов.

1. $P(\text{К-С}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$.

2. $P(\text{С-К}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$.

3. $P = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$.

Ответ: $\frac{15}{28}$ **Задание 31**

Среди 10 лотерейных билетов 4 выигрышных. Выбирают два билета без возвращения. Найдите вероятность того, что оба выигрышные.

1. $P = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9}$.

2. $P = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$.

Ответ: $\frac{2}{15}$

Задание 32

В партии 8 годных и 2 бракованных изделия. Наугад выбирают два без возвращения. Найдите вероятность того, что хотя бы одно изделие бракованное.

1. Противоположное событие - оба изделия годные.

$$2. P(\text{оба годные}) = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}.$$

$$3. P(\text{хотя бы одно бракованное}) = 1 - \frac{28}{45} = \frac{17}{45}.$$

Ответ: $\frac{17}{45}$

Задание 33

Два кубика бросают одновременно. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8.

1. Всего $6 \cdot 6 = 36$ равновозможных упорядоченных исходов.

2. Подходят (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2): 5 исходов.

$$3. P = \frac{5}{36}.$$

Ответ: $\frac{5}{36}$

Задание 34

Повторение: прогрессии, движение, экстремумы и смеси.

К 20 кг раствора с концентрацией соли 30% добавили 5 кг воды. Найдите новую концентрацию соли.

1. Масса соли $20 \cdot 0,30 = 6$ кг.

2. Новая масса раствора $20 + 5 = 25$ кг.

$$3. \text{Концентрация } \frac{6}{25} = 0,24 = 24\%.$$

Ответ: 24%

Задание 35

События A и B независимы, $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$. Найдите $P(A \text{ или } B)$.

$$1. P(A \text{ и } B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2.$$

$$2. P(A \text{ или } B) = 0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,7.$$

Ответ: 0,7

03. Повышенный уровень: задания 36-40

Задание 36

Стрелок делает три независимых выстрела с вероятностью попадания 0,8. Найдите вероятность ровно двух попаданий.

1. Положение единственного промаха выбирается тремя способами.

2. $P = 3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2 = 3 \cdot 0,64 \cdot 0,2 = 0,384$.

Ответ: 0,384

Задание 37

Игрок выполняет три независимые попытки с вероятностью успеха 0,6. Найдите вероятность не менее двух успехов.

1. Ровно два успеха: $3 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4 = 0,432$.

2. Три успеха: $0,6^3 = 0,216$.

3. $P = 0,432 + 0,216 = 0,648$.

Ответ: 0,648

Задание 38

В мешке 6 белых и 4 чёрных шара. Без возвращения выбирают три шара. Найдите вероятность того, что все три белые.

1. $P = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8}$.

2. Сокращаем: $P = \frac{120}{720} = \frac{1}{6}$.

Ответ: $\frac{1}{6}$

Задание 39

В мешке 6 белых и 4 чёрных шара. Одновременно выбирают три шара. Найдите вероятность того, что ровно два из них белые.

1. Всего наборов $C(10, 3) = 120$.

2. Благоприятных наборов $C(6, 2) \cdot C(4, 1) = 15 \cdot 4 = 60$.

3. $P = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$

Задание 40

Три независимых датчика срабатывают с вероятностями 0,9, 0,8 и 0,7. Система подаёт сигнал, если сработали хотя бы два датчика. Найдите вероятность сигнала.

1. Сработали первые два, третий нет: $0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,3 = 0,216$.

2. Сработали первый и третий: $0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,7 = 0,126$.

3. Сработали второй и третий: $0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,056$.

4. Сработали все три: $0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,504$.

5. $P = 0,216 + 0,126 + 0,056 + 0,504 = 0,902$.

Ответ: 0,902

Вернуться к теории и разобранным примерам