



Итоговое повторение и дальнейший план

Теория и разобранные примеры

Урок 36. Итоговое повторение и дальнейший план. Объяснения с начального уровня, исходные примеры с пошаговыми решениями и отдельный тест для самостоятельной проверки.

Итоговая проверка: что считать освоенным навыком

Навык устойчив, если получается не только знакомый пример, но и задача с другими числами или формулировкой. Для каждой темы важно уметь назвать правило, применить его, проверить ограничения и объяснить полученный ответ.

Карта обязательных проверок

В вычислениях контролируйте порядок действий, знак и единицы. В уравнениях — область допустимых значений и подстановку корней. В неравенствах — запрещённые точки и включение границ. В вероятности — пространство исходов и независимость событий, если она используется. В геометрии — соответствие формулы выбранной фигуры и размерность результата.

Для развёрнутых задач добавляется полнота записи. Тригонометрическое уравнение должно содержать общие серии и отбор. Финансовая модель — последовательность состояний и порядок начислений. Доказательство — рассуждение для всех случаев, а не набор примеров.

Как превратить ошибку в правило

Запишите не только правильное решение, но и причину прежней ошибки. Формулировка должна помогать в новой задаче: «перед объединением логарифмов записать положительность каждого аргумента», «не делить на выражение без проверки нулевого случая», «проценты начисляются на остаток до платежа». Такое правило переносится между задачами лучше, чем запоминание конкретных чисел.

Личный маршрут повторения

Сначала повторяются базовые действия, от которых зависят другие темы: дроби, степени, корни и линейные преобразования. Затем — типовые модели первой части. После этого закрепляются выбранные развёрнутые задачи: один устойчивый тип уравнения, рациональное неравенство, доступная финансовая модель и доказательство на делимость или остатки.



Повторение считается завершённым, когда ученик самостоятельно решает новый пример, объясняет ключевой переход и называет способ проверки. Если решение получается только после просмотра образца, тему нужно ещё раз пройти от правила к коротким заданиям, а затем вернуться к смешанному набору.

Подробные объяснения и разобранные примеры

Карта теории

Что проверяем

Умение прочитывать условие, выбрать модель, выполнить вычисления и обосновать итог. Уверенный ответ должен сопровождаться восстановимым ходом решения.

Приоритет повторения

Выберите темы, в которых ошибка возникала повторно. Для каждой решите одну базовую задачу, затем задачу с изменённым вопросом, после — экзаменационный прототип.

Короткая запись

В первой части показывайте ключевую формулу и подстановку. Во второй части сохраняйте ограничения, все ветви решения, отбор и проверку. Краткость не должна скрывать логический переход.

Последняя проверка

Проверьте единицы, округление, границы промежутков и соответствие ответа вопросу. Если обоснование основано на примере, убедитесь, что задача спрашивает существование, а не утверждение для всех значений.

На первых разборах проговаривайте, почему выбран каждый шаг. Перед последними двумя задачами закройте решение, составьте собственный план и только затем сравните его с разбором.

Разбор 1. Надёжный короткий балл

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Площадь трапеции вычисляется по основаниям и высоте.

**Условие**

Основания трапеции равны 12 и 17, высота равна 6. Найдите площадь трапеции по рисунку.



Иллюстрация к условию задания.

1. $a = 12, b = 17, h = 6$.

Не заменяем высоту боковой стороной.

2. $S = \frac{12+17}{2} \cdot 6 = \frac{29}{2} \cdot 6$.

Сумму оснований делим на 2.

3. $S = 29 \cdot 3 = 87$.

Удобно сократить 6 и 2 до умножения.

Проверка	Типичная ошибка
Площадь находится между 72 и 102.	Округлить полусумму 14,5 до целого числа.

Ответ: 87

Разбор 2. Физическая формула и единицы

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Все величины подставляем в согласованных единицах СИ.

Условие

Количество теплоты вычисляется по формуле $Q = cm\Delta T$. Найдите Q , если $c = 4200, m = 1, \Delta T = 4$.

Удельная теплоёмкость задана в Дж/(кг·°C), масса — в кг, изменение температуры — в °C. Ответ дайте в джоулях.

1. Дано: $c = 4200, m = 1, \Delta T = 4$.

Здесь c измеряется в Дж/(кг·°C), масса — в кг, изменение температуры — в °C.

2. $Q = cm\Delta T = 4200 \cdot 1 \cdot 4$.

ΔT — готовое изменение температуры, дополнительного вычитания не требуется.



3. $Q = 16800$ Дж.

Умножаем и указываем единицу результата.

Проверка	Типичная ошибка
Если температура изменилась бы вдвое меньше, количество теплоты тоже уменьшилось бы вдвое.	Подставить граммы вместо килограммов без перевода.

Ответ: 16800

Разбор 3. Полное решение уравнения

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Используем замену и отдельно отвечаем на каждый пункт.

Условие

а) Решите уравнение $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$. б) Найдите корни, принадлежащие отрезку $[-1; 1]$.

1. $t = 2^x > 0; t^2 - 9t + 8 = 0$.

Степень 4 преобразуем в квадрат степени 2.

2. $(t - 1)(t - 8) = 0$. Значит $t = 1$ или $t = 8$.

Оба корня положительны.

3. $x = 0$ или $x = 3$. На $[-1; 1]$ остаётся 0.

Пункт а содержит оба корня, пункт б — только отобранный.

Проверка	Типичная ошибка
При $x = 0$ получаем $1 - 9 + 8 = 0$.	Потерять $x = 0$, считая, что степень 2 должна быть строго больше 1.

ОТВЕТ. а) $x = 0; 3$; б) $x = 0$.

Разбор 4. Финансовая модель

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Общая выплата равна основному долгу и всем начисленным процентам.

Условие

В июле банк выдал кредит в размере 1 100 тыс. рублей на 4 года. Каждый январь долг увеличивается на 10%, после чего одним платежом уменьшается так, чтобы к июлю каждого следующего года долг становился на одну и ту же величину меньше. Найдите общую сумму всех выплат за весь срок. Ответ дайте в тысячах рублей.

1. Ежегодное уменьшение: $\frac{1100}{4} = 275$.

Долг уменьшается четырьмя равными частями.

2. Остатки перед процентами: 1100; 825; 550; 275.

Всего четыре базы начисления.



3. $1100 + 825 + 550 + 275 = 2750$.

Суммируем именно остатки до начисления процентов.

4. $1100 + 0,1 \cdot 2750 = 1375$ тыс. рублей.

Все проценты равны 275 тыс. рублей.

Проверка	Типичная ошибка
Платежи 385; 357, 5; 330; 302, 5 в сумме дают 1375.	Начислять проценты на уже погашенную часть долга.

Ответ: 1 375 тыс. рублей

Разбор 5. Конструкция и признак делимости

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Для делимости на 3 проверяем сумму цифр.

Условие

Может ли число, записанное только цифрами 1, делиться на 3? Приведите пример или докажите невозможность.

1. Берём число 111.

Оно записано только единицами.

2. $1 + 1 + 1 = 3$, а 3 делится на 3.

По признаку делимости число 111 кратно 3.

3. $111 = 3 \cdot 37$.

Прямой проверкой подтверждаем конструкцию.

Проверка	Типичная ошибка
Число удовлетворяет обоим условиям, поэтому ответ «да» доказан.	Указывать пример без проверки требований.

Ответ: Да; 111

Разбор 6. Невозможность по чётности

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Квадрат чётного числа также чётен.

Условие

Может ли число, оканчивающееся цифрой 5, быть квадратом чётного числа? Обоснуйте ответ.

1. Чётное число имеет вид $2k$; его квадрат равен $4k^2$.

Этот квадрат делится на 2.

2. Любое целое число с последней цифрой 5 нечётно.

Чётность определяется последней цифрой.



3. Одно число не может быть одновременно чётным и нечётным.

Следовательно, требуемый квадрат невозможен.

Проверка	Типичная ошибка
Не нужно перебирать квадраты: рассуждение исключает все чётные основания.	Перебирать отдельные примеры вместо общего доказательства.

Ответ: Нет

Разбор 7. Независимые события и дополнение

ИСТОЧНИК	УРОВЕНЬ	ТРЕНИРУЕМ
ФИПИ, открытый вариант КИМ ЕГЭ-2025, задание 5; условие пересказано Открыть источник	официальный КИМ • первая часть	противоположное событие

Условие

Три лампы работают независимо. Вероятность того, что каждая конкретная лампа перегорит за год, равна 0,5. Найдите вероятность, что хотя бы одна не перегорит.

До решения: что заметить

Событие «хотя бы одна» считаем через противоположное.

Противоположное событие — перегорели все три.

Независимость позволяет перемножить вероятности.

Решение по шагам

Шаг 1. Считаем противоположное событие. Вероятность трёх перегораний:

$$P(\text{все перегорели}) = 0,5^3 = 0,125$$

Шаг 2. Вычитаем из единицы. Получаем требуемую вероятность:

$$P(\text{хотя бы одна не перегорела}) = 1 - 0,125 = 0,875$$

Проверка

Вероятность лежит между 0 и 1.

Ответ больше 0,5, что разумно для трёх ламп.

ТИПИЧНАЯ ОШИБКА

Сложить три вероятности 0,5. События пересекаются, поэтому простое сложение неверно.

**ОТВЕТ: 0,875****Разбор 8. Показательная дробь**

ИСТОЧНИК	УРОВЕНЬ	ТРЕНИРУЕМ
ФИПИ, демонстрационный вариант ЕГЭ-2026, альтернативная задача 15; запись адаптирована Открыть источник	официальная демоверсия • задача 15	замена, полный куб и нуль знаменателя

Условие

Решите неравенство:

$$\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$$

До решения: что заметитьЧислитель выражаем через $t = 3^x$.

Знаменатель сворачиваем в квадрат и исключаем его нуль.

Куб сохраняет знак основания.

Решение по шагам**Шаг 1. Сворачиваем числитель.** При $t = 3^x$:

$$t^3 - 9t^2 + 27t - 27 = (t - 3)^3$$

Шаг 2. Сворачиваем знаменатель. Квадратный трёхчлен:

$$50x^2 - 110x + 60,5 = \frac{1}{2} (10x - 11)^2$$

Шаг 3. Исключаем нуль знаменателя. Он достигается при:

$$10x - 11 = 0 \Rightarrow x = 1,1$$

Шаг 4. Решаем по числителю. В остальных точках знаменатель положителен:

$$\begin{aligned}(3^x - 3)^3 &\geq 0 \\ 3^x &\geq 3 \\ x &\geq 1\end{aligned}$$

Шаг 5. Записываем итог. Из луча $x \geq 1$ удаляем $x = 1,1$.**Проверка** $x = 1$ включается: числитель нулевой, знаменатель положителен. $x = 1,1$ исключается: дробь не определена.**ТИПИЧНАЯ ОШИБКА**После получения $x \geq 1$ забыть удалить $1,1$ — нуль знаменателя никогда не входит в ответ.



ОТВЕТ: $[1; 1,1) \cup (1,1; +\infty)$



Иллюстрация к условию задания.