



Степени и корни

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

01. Основные приёмы

Задание 1

Вычислите, используя законы степеней:

$$\frac{2^7}{2^5}.$$

Задание 2

Вычислите $\frac{3^{-2} \cdot 27}{9^{\frac{1}{2}}}$.

Задание 3

Вычислите, используя законы степеней:

$$\frac{5^4}{5^2}.$$

Задание 4

Упростите $(a^{-2}b^3)^2 \cdot \frac{a^5}{b^4}$ и укажите ОДЗ.

Задание 5

Вынесите множитель из-под корня: $\sqrt{72}$.

Задание 6

Упростите $\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$.

Задание 7

Вынесите множитель из-под корня: $\sqrt{288}$.

Задание 8

Упростите $\sqrt{72a^2}$ для всех действительных a .

Задание 9

Вычислите

$$16^{\frac{3}{4}}.$$

Задание 10

Вычислите $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$.

02. Применение и сочетание приёмов**Задание 11**

Вычислите

$$81^{\frac{3}{4}}.$$

Задание 12

Вычислите $\sqrt[3]{-64} + \sqrt{(-4)^2}$ и объясните различие знаков.

Задание 13

Вычислите

$$\sqrt{(3)^2}$$

и объясните, почему ответ не обязан совпадать с исходным числом.

Задание 14

Вычислите

$$\sqrt{(-5)^2}$$

и объясните, почему ответ не обязан совпадать с исходным числом.

Задание 15

Упростите $\sqrt{(a-2)^2} - (a-2)$ при всех действительных a .

Задание 16

Рационализируйте знаменатель:

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2}.$$

Задание 17

Рационализируйте знаменатель:

$$\frac{1}{\sqrt{7}-2}.$$

Задание 18

Упростите $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}.$

03. Повторение пройденного**Задание 19**

Накопительное повторение. Разложите на множители $x^3 - 27$.

Задание 20

Повторение алгебраических преобразований. Упростите

$$\frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

и укажите ограничения.

04. Многошаговые задачи**Задание 21**

Рационализируйте знаменатель:

$$\frac{1}{\sqrt{13} - 2}.$$

Задание 22

Упростите $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.

Задание 23

Упростите $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$.

Задание 24

Упростите $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$.

Задание 25

При $t \geq 0$ упростите $\sqrt{t + 1 + 2\sqrt{t}} + \sqrt{t + 1 - 2\sqrt{t}}$.

Задание 26

Сравните без десятичных приближений числа $\sqrt{50} - 7$ и

$$\frac{1}{14}.$$

Задание 27

Докажите без приближений, что $\sqrt{a+1} - \sqrt{a}$ убывает при $a \geq 0$.

Задание 28

Для $a \geq 0$ и $b \geq 0$ докажите

$$\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2(a+b)}$$

и найдите случаи равенства в каждой части.

Задание 29

Рационализируйте знаменатель:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}.$$

Задание 30

Упростите $\sqrt{(x-3)^2}$ при $x < 3$.

05. Задания с развёрнутым решением**Задание 31**

Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{5-x}}.$$

Задание 32

Запишите без знаков корня и модуля $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$ для всех действительных x .

Задание 33

Упростите

$$\frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$$

и сохраните исходную ОДЗ.

Задание 34

Вычислите:

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}.$$

Задание 35

Упростите

$$\frac{a^{\frac{3}{4}} - b^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}}$$

при $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.

Задание 36

Вычислите:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}.$$

06. Итоговые задачи повышенной сложности**Задание 37**Сравните без десятичных приближений: $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ и $\sqrt{6} + 2$.**Задание 38**Упростите $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ при $x \geq 1$.**Задание 39**В зависимости от a решите $\sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{x^2+2x+1} = a$.**Задание 40**Определите число различных решений $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} = a$ на отрезке $[-3; 4]$ для каждого действительного a .