



# Урок 40. Относительная погрешность

## Часть 1. Материалы ученика

Основы исследовательской деятельности · 7–8 классы

Урок 40 из 64 · 45 минут · Модуль «Обработка данных»

Уровень: начинающий исследователь. Описываем данные и проверяем расчёты по полной серии.

Программа: <https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

Ошибка 1 мм кажется маленькой. Но при измерении детали длиной 10 мм и ленты длиной 100 мм её значение различно. Сегодня сравним ошибки относительно масштаба измеряемой величины.

Результат урока: Вычислить относительную ошибку по заданному опорному значению и отличить её от приближённой относительной границы.

### 01. Проблемная ситуация

Учебный протокол: метод А дал 10,5 мм при опорных 10,0 мм, метод Б — 102,0 мм при опорных 100,0 мм. У А модуль ошибки меньше. Значит ли это, что его относительная ошибка тоже меньше? Сначала запишите прогноз, затем проверьте деление на разные опорные значения.

### 02. Понятия и разобранный пример

5–14 минут: 4 минуты на понятия, 3 на разобранный пример, 2 на объяснение способа партнёру.

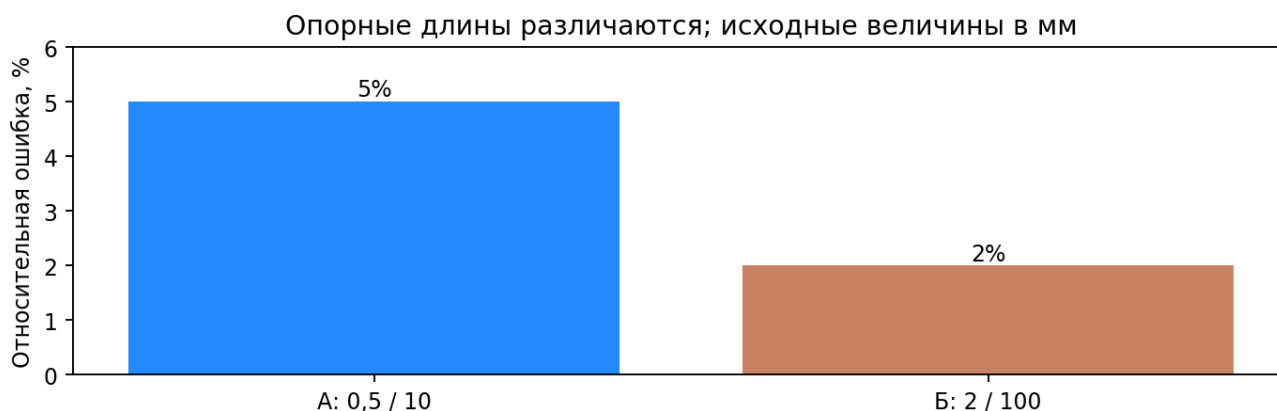
#### Как перевести ошибку в проценты

Для известного ненулевого опорного значения относительная величина ошибки равна  $\delta = |\text{хизм} - \text{хоп}| / |\text{хоп}|$ . В процентах  $\delta\% = \delta \times 100\%$ . Числитель и знаменатель сначала выражают в одинаковых единицах. Результат безразмерный: запись «5% мм» неверна.

В исходном сравнении  $|e_A| = 0,5$  мм,  $\delta_A = 0,5/10 \times 100\% = 5\%$ ;  $|e_B| = 2$  мм,  $\delta_B = 2/100 \times 100\% = 2\%$ . У Б ошибка больше в миллиметрах, но меньше относительно опорной длины. Это разные вопросы, и ни одно число не заменяет описание задачи.

Если опорного значения нет, но дана граница  $\Delta$ , в школьных расчётах используют приближённую относительную границу  $\Delta/|\text{хизм}|$ . Её нужно так и называть, не выдавая за известную фактическую относительную ошибку. При нулевом опорном значении  $\delta$  по этой формуле не определена; близко к нулю проценты могут вводить в заблуждение.

Дано: опорная масса 200 г, показание 198 г.  $e = -2$  г,  $|e| = 2$  г,  $\delta = 2/200 = 0,01 = 1\%$ . Отдельно: результат  $(198 \pm 2)$  г без опорной массы позволяет оценить  $\Delta/|\text{хизм}| = 2/198 \approx 0,0101$ , или 1,01%. Это не та же постановка: знаменатель и смысл величины различаются.



Учебные методы А и Б: абсолютные ошибки 0,5 и 2 мм, относительные — 5% и 2%. Сравняйте одинаковые показатели.



### 03. Практика 1. Проверяем материал

#### Сравнение методов на разных масштабах

Учебные контрольные измерения. Опорные значения в этой задаче заданы, их неопределённость не учитывается.

| Метод | Опорное значение → показание |
|-------|------------------------------|
| В     | 50,0 см → 49,0 см            |
| Г     | 200,0 см → 197,0 см          |
| Д     | 0,500 м → 0,505 м            |

За 2 минуты подпишите единицы; за 4 найдите  $\epsilon$ ,  $|e|$  и  $\delta\%$  каждой строки; за 3 ранжируйте методы отдельно по абсолютной и относительной ошибке; за 2 объясните различие. Запишите расчёт дробью до округления. Для сравнения абсолютных ошибок переведите все длины в сантиметры.

### 04. Практика 2. Перенос способа

#### Нулевое опорное значение и граница

Новый случай: термодатчик показывает 0,2 °C при опорных 0,0 °C. Другой ученик пишет « $\delta = 0,2/0 = 0\%$ ». За 8 минут найдите абсолютную ошибку, проверьте допустимость деления и предложите осмысленную запись без этого процента. Затем рассмотрите результат  $(20,0 \pm 0,5)$  см без опорного значения и найдите приближённую относительную границу.

### 05. Обсуждение и границы вывода

За 2 минуты выберите задачу: контроль зазора 1 мм или сравнение измерений разных длин. За 3 минуты объясните, когда важнее абсолютная величина, а когда полезна относительная. Возражение: «самый маленький процент всегда означает пригодный метод». Последние 2 минуты — ответ с примером и ограничением.

### 06. Индивидуальная проверка

Опорная длина 80 см, показание 78 см. За 3 минуты найдите знак ошибки, модуль и относительную ошибку в процентах; запишите условие допустимости формулы. Ещё 2 минуты — ключ и исправление.



## Часть 2. Ответы и материалы учителя

### Практика 1: разбор и критерии

В:  $e = -1$  см,  $|e| = 1$  см,  $\delta = 2\%$ . Г:  $e = -3$  см,  $|e| = 3$  см,  $\delta = 1,5\%$ . Д:  $e = +0,005$  м =  $+0,5$  см,  $\delta = 1\%$ . По возрастанию абсолютной ошибки: Д, В, Г; относительной: Д, Г, В. 4 критерия: единые единицы, три модуля, три процента, оба ранжирования с объяснением.

### Практика 2: разбор и критерии

Для датчика  $e = +0,2$  °C,  $|e| = 0,2$  °C; деление на ноль не определено, 0% неверно. Достаточно сообщить абсолютную ошибку и условия контрольной проверки. Для длины  $\Delta/|хизм| \times 100\% = 0,5/20 \times 100\% = 2,5\%$ ; это приближённая граница, а не известная ошибка. 4 критерия: модуль, запрет деления на ноль, осмысленная запись, верные 2,5% с названием.

### Обсуждение: возможный вывод

Для допуска зазора важны миллиметры и заданное требование. Для относительного сравнения масштабов полезны проценты. Даже 1% может быть слишком много для конкретного допуска. Нельзя выбрать прибор только по проценту без диапазона, условий и цели измерения.

### Индивидуальная проверка: ответ и критерии

$e = -2$  см,  $|e| = 2$  см,  $\delta = 2/80 \times 100\% = 2,5\%$ . Знаменатель — ненулевое опорное значение, единицы числителя и знаменателя согласованы. Четыре балла за четыре элемента. При 0–1 вернуться к дроби; при 2–3 уточнить процент или знаменатель; при 4 сравнить с ошибкой 1 см на 20 см.

### Учителю: подготовка и план на 45 минут

Подготовьте распечатку ученической части PDF либо экран, бумагу, ручки и простой калькулятор. Все документы, карточки, реплики и числовые серии даны в уроке. Реальные опыты, интервью и регистрация детей не нужны. Предпосылки: различать наблюдение и вывод, читать таблицу, находить среднее и процент. При необходимости напомните: среднее — сумма значений, делённая на их число.

7 класс: вычисляйте по шагам и используйте предложенную форму записи; для дробей разрешён калькулятор. 8 класс: дополнительно объясняйте ограничение метода и проверяйте альтернативный вывод на контрпримере. В уроках 38–47 продолжается учебный проект бумажного чехла: обрабатываем числовые серии и оцениваем доказательность выводов. Все исходные данные приведены. Интервалы включают чтение и запись; ответы открываются после самостоятельной попытки. Матрица программы относится к подготовке учителя, не к дополнительным минутам урока.

| Минуты | Работа                  | Результат                  |
|--------|-------------------------|----------------------------|
| 0–5    | Проблема                | Вопрос и первое решение    |
| 5–14   | Понятия и пример        | Способ проверки            |
| 14–25  | Практика 1              | Карточка или таблица       |
| 25–33  | Практика 2              | Перенос способа            |
| 33–40  | Обсуждение              | Аргумент и ограничение     |
| 40–45  | Индивидуальная проверка | Ответ по четырём критериям |



## 07. Соответствие исходной программе

| Пункт программы                   | Действие ученика                        | Проверяемый результат                            |
|-----------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Тема 4: относительная погрешность | Делит модуль ошибки на опорное значение | Верный процент и единицы                         |
| Сравнение результатов             | Строит два ранжирования                 | Не смешивает абсолютный и относительный критерии |
| Границы метода                    | Проверяет нулевой знаменатель           | Отказывается от неопределённого процента         |

## Источники и права на изображения

Исходная программа курса

<https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

JCGM/BIPM VIM: погрешность как отличие от опорного значения

<https://jcgmbipm.org/vim/en/2.16.html>

JCGM/BIPM VIM: неопределённость измерения

<https://jcgmbipm.org/vim/en/2.26.html>

Учебные протоколы, условные авторы, реплики и числовые серии созданы для обучения. Они не выдаются за реально проведённые опыты. Реальные справочные материалы NIST и JCGM/BIPM явно названы; их сведения не смешиваются с условными карточками. Иллюстрация создана для этого урока портала «Школы России», сторонние фотографии не используются. Внешние источники поддерживают понятия, но не являются источником учебных чисел. Проверка источников: 16.10.2026.