



Урок 30. C++: Двоичный поиск по ответу

Часть 1. Материалы ученика

Программирование на Python и C++ · 9 класс

Урок 30 из 34 · 45 минут · Модуль «Поиск»

Уровень: начинающий программист; C++17.

Программа: <https://schoolotzyv.ru/blog/python-cpp-9-klass-programma>

Бумажные ленты надо разрезать на одинаковые целые длины. Ищем наибольшую допустимую длину, поэтому направление границ отличается от поиска минимального времени.

Результат урока: Найти максимальную целую длину заготовки и доказать достаточность ответа и невозможность следующего значения.

01. Проблемная ситуация

0–5 минут. Есть ленты длиной 8,5,8 см. Нужно не менее 5 кусков одинаковой целой длины; обрезки соединять нельзя, шириной разреза пренебрегаем. Проверьте длины 3 и 4 см.

02. Понятия и разобранный пример

5–14 минут: 4 минуты на понятия, 3 на пример, 2 на объяснение способа партнёру.

Последняя истина вместо первой

При длине $d > 0$ лента L даёт L/d целых кусков, где $/$ для положительных целых в C++ отбрасывает дробную часть. Число кусков не возрастает при увеличении d . Поэтому условие «кусков не меньше k » истинно слева и ложно справа; ищем последнюю истину.

Контракт: 0...100 лент, длина каждой 0...1000000 см, заказ 1...1000000 кусков. Для невозможного заказа возвращаем 0 как сигнал, а не длину реального куска. $lo=0$ — условная граница, делить на неё нельзя; $hi=\max(L)+1$ заведомо невозможно. Середина в цикле положительна.

Сохраняем допустимую lo и недопустимую hi , проверяем только положительную середину. При $hi-lo=1$ ответ lo . `long long` хранит сумму числа кусков и вычисления; ограничения явно ограничивают их размер. Пустой набор и все нулевые длины дают 0 без деления.

Отступы набирайте обычными пробелами: 4 на уровень. При копировании с веб-страницы замените неразрывные пробелы обычными; полный код с обычными пробелами есть в PDF.

8,5,8; $k=5$: $lo=0, hi=9$. $d=4$ даёт $2+1+2=5$, $lo=4$; $d=6$ даёт $1+0+1=2$, $hi=6$; $d=5$ даёт $1+1+1=3$, $hi=5$. Ответ 4 см. В отличие от урока 27 выбираем последний подходящий размер.

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;
long long best(const vector<long long>& a, long long k) {
    long long lo=0, hi=1;
    for (long long x:a) hi=max(hi,x+1);
    while (hi-lo>1) {
        long long d=lo+(hi-lo)/2, count=0;
        for (long long x:a) count+=x/d;
        if (count>=k) lo=d;
        else hi=d;
    }
    return lo;
}
int main() {
    vector<long long> a={8,5,8};
    cout << best(a,5);
}
```



d, см	4 6 5
Кусков	5 2 3
Границы	lo=4 hi=6 hi=5
Ответ	4 см; при 5 см уже мало

Поиск последнего допустимого размера в учебной модели разрезания лент.

03. Практика 1. Проверяем материал

Проверяем крайние случаи

14–25 минут. Проверку контракта выполняйте до вызова: k положительно, длины неотрицательны и в заданных пределах.

Ленты; k	Назначение теста
[8,5,8]; 5	Обычный заказ
[4]; 2	Одна лента
[1,1]; 3	Невозможный заказ
[]; 1 и [0,0]; 1	Нет материала
[1000000]; 1	Максимальная длина

2 минуты — прогноз, 4 — шесть запусков, 3 — проверка T и $T+1$ для положительных результатов, 2 — журнал. Критерии: правильный максимум, нет деления на ноль, сигнал невозможности отличён от реального куска.

04. Практика 2. Перенос способа

Учитываем ширину разреза

25–33 минуты. В новой модели каждая заготовка требует d см полезного материала и ещё 1 см расхода, в том числе последняя. Для лент [8,5,8] нужно 5 заготовок. За 2 минуты запишите счётчик, за 4 измените копию кода, за 2 объясните границу и единицы.

05. Обсуждение и границы вывода

33–40 минут. Ученик предлагает сначала просуммировать длины и поделить на k . За 2 минуты проверьте [2,2], $k=1$, за 3 объясните роль запрета соединения, за 2 сравните верхнюю оценку с достижимым ответом.

06. Индивидуальная проверка

40–45 минут. В исходной модели [9,7], $k=4$ найдите T , количества при T и $T+1$, объясните, почему $lo=0$ не делитель. Четыре балла.



Часть 2. Ответы и материалы учителя

Практика 1: разбор и критерии

Ответы: 4,2,0,0,0,1000000. Для [4],k=2 длина 2 даёт 2 куска, длина 3 только 1. Для [1,1],k=3 даже длина 1 даёт лишь 2; 0 обозначает невозможность. Отрицательные длины и k=0 за пределами контракта.

Практика 2: разбор и критерии

Замените $\text{count} += x/d$ на $\text{count} += x/(d+1)$. Ответ 3 см: при d=3 получается $2+1+2=5$, при d=4 — $1+1+1=3$. Это специально заданная модель расхода на каждую заготовку, не универсальная формула пиления. Предикат остаётся невозрастающим, прежняя hi достаточна.

Обсуждение: возможный вывод

Сумма/k=4 см, но ни одна лента не даёт куска 4 см; максимум 2. Общая длина даёт только верхнюю оценку, если части нельзя соединять. Для корректного решения проверяем каждую ленту отдельно.

Индивидуальная проверка: ответ и критерии

T=3; при 3: $3+2=5$, при 4: $2+1=3$. Ноль — сигнал и условная граница; цикл делит только на положительную середину. По баллу за каждый пункт.

Учителю: подготовка и план на 45 минут

Подготовьте компьютер, редактор, папку с правом записи, распечатку ученической части PDF, бумагу и ручку. Компилятор G++ с поддержкой C++17 и редактор. Сборка: `g++ -std=c++17 -Wall -Wextra -pedantic main.cpp -o lesson`. Запуск `./lesson` в Linux/macOS или `.\lesson.exe` в Windows (при сборке задайте `-o lesson.exe`). Установку и проверку запуска учитель выполняет заранее. Все программы, данные и ожидаемые ответы даны; регистрация детей и интернет на занятии не нужны.

Уровень — начинающий программист, 9 класс. Предпосылки: long long, функция-предикат, границы двоичного поиска. В паре автор прогнозирует и вводит код, проверяющий ведёт журнал, затем роли меняются. Без компьютера выполните трассировку полного кода на бумаге и сопоставьте с готовыми результатами; учитель демонстрирует подготовленный запуск. Бумажный вариант не считается фактическим запуском ученика. Перед практикой учитель выдаёт готовый файл разобранного примера, чтобы дети тратили время на изменение и проверку, а не длинное перепечатывание. Матрица программы предназначена учителю.

Минуты	Работа	Результат
0–5	Проблема	Вопрос и первое решение
5–14	Понятия и пример	Способ проверки
14–25	Практика 1	Готовый продукт и проверка
25–33	Практика 2	Перенос способа
33–40	Обсуждение	Аргумент и ограничение
40–45	Индивидуальная проверка	Самостоятельный ответ



07. Соответствие исходной программе

Пункт программы	Действие ученика	Проверяемый результат
Алгоритмы поиска	Проверяем крайние случаи	Найти максимальную целую длину заготовки и доказать достаточность ответа и невозможность следующего значения.
Самостоятельная проверка результата	Учитываем ширину разреза	Обоснованный ответ и исправление ошибки

Источники и права на изображения

Исходная программа курса

<https://schoolotzyv.ru/blog/python-cpp-9-klass-programma>

Проект стандарта C++: разделённость области поиска

<https://eel.is/c++draft/alg.binary.search>

Тексты, учебные данные, реплики, программы и схемы подготовлены для уроков портала «Школы России». Числовые серии — учебные модели, не результаты проведённых классом опытов. Схемы авторские, сторонние фотографии не используются. Методические ссылки приведены для учителя; ученик получает все материалы здесь. Проверка первичных источников: 18.10.2026.