



Урок 45. Линейная модель

Часть 1. Материалы ученика

Основы исследовательской деятельности · 7–8 классы

Урок 45 из 64 · 45 минут · Модуль «Обработка данных»

Уровень: начинающий исследователь. Описываем данные и проверяем расчёты по полной серии.

Программа: <https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

Число слоёв чехла растёт, а потеря температуры уменьшается. Можно ли выразить это прямой и сразу предсказать результат для десяти слоёв? Сегодня оценим простую модель и обозначим границы её применения.

Результат урока: Найти коэффициенты линейной модели по двум опорным точкам, проверить остатки и не путать модель с законом природы.

01. Проблемная ситуация

Учебные данные: 0 слоёв — потеря 12 °C, 1 — 10, 2 — 8, 3 — 6. Ученик продолжает ряд до 10 слоёв и получает –8 °C потери. За 5 минут объясните, что здесь вычисление по правилу, а что неподтверждённый вывод о реальном опыте. Предложите область, где модель уже проверена.

02. Понятия и разобранный пример

5–14 минут: 4 минуты на понятия, 3 на разобранный пример, 2 на объяснение способа партнёру.

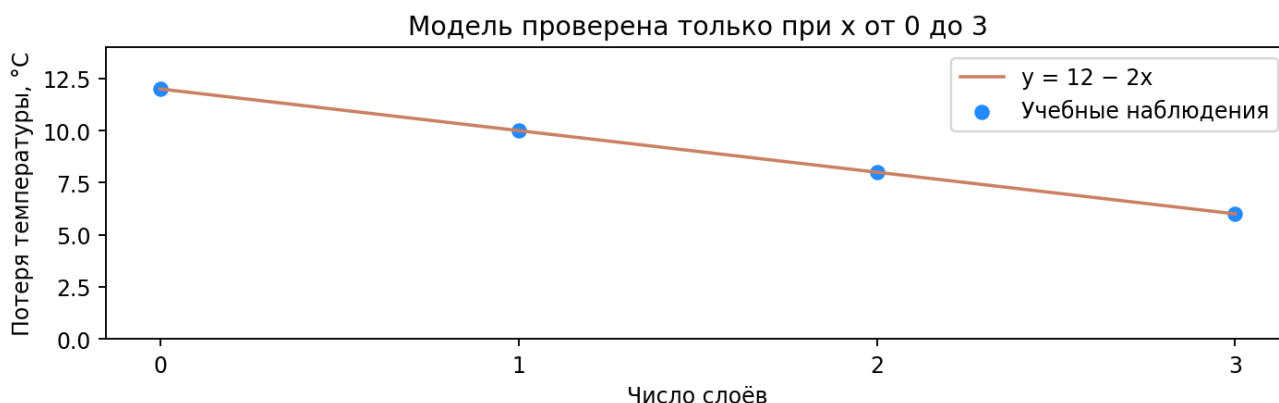
Коэффициенты прямой и остатки

Линейная модель имеет вид $y = ax + b$. Коэффициент a показывает изменение y при увеличении x на единицу, b — модельное значение y при $x = 0$. В нашем случае x — число слоёв, y — потеря температуры за 10 минут; единица a — °C на слой, b — °C.

По двум точкам с разными x : $a = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$, $b = y_1 - ax_1$. Такая прямая точно проходит через две выбранные точки, но не обязана описывать остальные. Остаток $r = y_{\text{набл}} - y_{\text{мод}}$ показывает отклонение наблюдения от модели.

Проведение прямой через две точки не является автоматически методом наименьших квадратов по всей серии. Сегодня оцениваем модель по двум опорным точкам и проверяем на остальных. Для шумных данных выбор другой пары может изменить коэффициенты; позже можно минимизировать сумму квадратов остатков. Проверенная область и условия обязательны для любого прогноза.

Берём (0;12) и (3;6): $a = (6-12)/(3-0) = -2$ °C/слой, $b = 12$ °C. Модель $y = 12 - 2x$. Для $x = 1$ и 2 прогнозы 10 и 8 °C совпадают с учебными данными, остатки нулевые. При $x = 10$ формула даёт –8 °C, но точек вне 0–3 слоёв нет. Удачное совпадение в диапазоне не разрешает безграничное продолжение.



Модель $y = 12 - 2x$ проверена на учебных точках 0–3 слоя. Продолжение за диапазон — непроверенное допущение.



03. Практика 1. Проверяем материал

Модель потерь температуры по опорным точкам

Учебная серия Л-45: одинаковые стаканы, 100 мл, 10 минут, начальная температура 50 °С; меняется число слоёв.

Слоёв x	Наблюдаемая потеря y , °С
0	13
1	11,5
2	9
3	7

11 минут: 2 — выбрать крайние опорные точки; 3 — найти a и b ; 3 — вычислить прогнозы для $x = 1/2$ и остатки; 3 — составить таблицу « $x \rightarrow$ наблюдение $\rightarrow$ модель $\rightarrow$ остаток» и вывод. Критерии: коэффициенты с единицами, два остатка, сохранение исходных данных, ограниченная область применения.

04. Практика 2. Перенос способа

Линейная модель координаты тележки

Перенос на движение модели тележки. Учебные пары: время 0; 2; 4 с, координата 1; 5; 9 м. За 8 минут найдите a , b , оцените координату в 3 с и отделите её от прогноза в 10 с. Объясните смысл ненулевого b : начало отсчёта координаты не обязательно равно месту старта. Дайте ответ формулой, единицами и двумя статусами оценок.

05. Обсуждение и границы вывода

Позиция А: «одна точка не на прямой — модель бесполезна». Позиция Б: «приближение полезно, если известны отклонения и область». За 2 минуты выберите аргумент по Л-45, за 3 обсудите допустимую точность для цели, за 2 запишите проверку перед применением модели к новому образцу.

06. Индивидуальная проверка

Учебная прямая проходит через (0;4) и (2;10); x — минуты, y — миллиметры. Найдите a , b , прогноз для $x = 1$ и остаток, если наблюдалось 7,5 мм. 3 минуты расчёт, 1 ключ, 1 исправление.



Часть 2. Ответы и материалы учителя

Практика 1: разбор и критерии

По (0;13) и (3;7): $a = -2$ °C/слой, $b = 13$ °C, $умод = 13 - 2x$. Для $x = 1$ прогноз 11, остаток +0,5 °C; для $x = 2$ прогноз 9, остаток 0. Для крайних точек остатки 0. Одна точка выше прямой; совпадение не полное. 4 балла по критериям. Модель по крайним точкам здесь не названа оптимальной регрессией.

Практика 2: разбор и критерии

$a = (9-1)/4 = 2$ м/с, $b = 1$ м, $s = 2t+1$. При 3 с получаем 7 м — интерполяция в диапазоне 0–4 с. При 10 с 21 м — экстраполяция с допущением продолжения движения; данных для её подтверждения нет. 4 критерия: коэффициенты, единицы, 7/21, верные статусы. Здесь s обозначает координату вдоль выбранной оси, не путь от нулевого момента.

Обсуждение: возможный вывод

Остаток +0,5 °C не делает модель автоматически бесполезной и не доказывает её достаточность. Нужен заранее заданный критерий точности и новые проверочные точки. Нельзя удалить неудобное наблюдение или назвать прямую физическим законом без оснований.

Индивидуальная проверка: ответ и критерии

$a = 3$ мм/мин, $b = 4$ мм, $y = 3x+4$; $y(1) = 7$ мм; $r = 7,5-7 = +0,5$ мм. По одному баллу за коэффициенты, единицы, прогноз, остаток. При 0–1 повторить разность y /разность x ; при 2–3 уточнить знак/единицы; при 4 назвать проверенную область.

Учителю: подготовка и план на 45 минут

Подготовьте распечатку ученической части PDF либо экран, бумагу, ручки и простой калькулятор. Все документы, карточки, реплики и числовые серии даны в уроке. Реальные опыты, интервью и регистрация детей не нужны. Предпосылки: различать наблюдение и вывод, читать таблицу, находить среднее и процент. При необходимости напомните: среднее — сумма значений, делённая на их число.

7 класс: вычисляйте по шагам и используйте предложенную форму записи; для дробей разрешён калькулятор. 8 класс: дополнительно объясняйте ограничение метода и проверяйте альтернативный вывод на контрпримере. В уроках 38–47 продолжается учебный проект бумажного чехла: обрабатываем числовые серии и оцениваем доказательность выводов. Все исходные данные приведены. Интервалы включают чтение и запись; ответы открываются после самостоятельной попытки. Матрица программы относится к подготовке учителя, не к дополнительным минутам урока.

Минуты	Работа	Результат
0–5	Проблема	Вопрос и первое решение
5–14	Понятия и пример	Способ проверки
14–25	Практика 1	Карточка или таблица
25–33	Практика 2	Перенос способа
33–40	Обсуждение	Аргумент и ограничение
40–45	Индивидуальная проверка	Ответ по четырём критериям



07. Соответствие исходной программе

Пункт программы	Действие ученика	Проверяемый результат
Тема 4: уравнение регрессии, коэффициент	Оценивает прямую по двум точкам	Указывает способ оценки и единицы
Аппроксимация экспериментальных данных	Считает остатки	Не выдаёт приближение за точное совпадение
Представление результатов	Ограничивает прогноз	Различает интерполяцию и экстраполяцию

Источники и права на изображения

Исходная программа курса

<https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

NIST/SEMATECH: линейная регрессия; в уроке используется упрощённая оценка по опорным точкам

<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmd/section1/pmd141.htm>

Учебные протоколы, условные авторы, реплики и числовые серии созданы для обучения. Они не выдаются за реально проведённые опыты. Реальные справочные материалы NIST и JCGM/BIPM явно названы; их сведения не смешиваются с условными карточками. Иллюстрация создана для этого урока портала «Школы России», сторонние фотографии не используются. Внешние источники поддерживают понятия, но не являются источником учебных чисел. Проверка источников: 16.10.2026.