



Работа, смеси и концентрации

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

01. Свойства и базовые методы: задания 1-10

Задание 1

Исполнитель выполняет заказ за 12 часов при постоянной производительности. Какую часть заказа он выполнит за 5 часов и сколько времени потребуется на остаток?

Задание 2

Первый мастер выполняет заказ за 12 часов, второй - за 18 часов. За сколько часов они выполнят его вместе, если их постоянные производительности складываются?

Задание 3

Вместе два исполнителя выполняют работу за 6 часов. Первый один выполнил бы её за 10 часов. За сколько часов выполнит работу второй при неизменных производительностях?

Задание 4

Три станка выполняют одинаковый заказ по отдельности за 12, 15 и 20 часов. За сколько часов они выполнят один такой заказ вместе?

Задание 5

Труба наполняет пустой бассейн за 8 часов, слив опорожняет полный бассейн за 12 часов. Считая расходы постоянными, найдите время наполнения пустого бассейна при одновременно открытых трубе и сливе.

Задание 6

Первый работник выполняет заказ за 6 часов, второй - за 12 часов. Они работают по очереди, каждый по одному часу, начиная с первого. Какое время пройдет до завершения заказа? Последний рабочий прекращает работу сразу после завершения.

Задание 7

Производительность первого рабочего вдвое выше производительности второго. Вместе они выполняют заказ за 6 часов. Найдите время каждого при самостоятельной работе.

Задание 8

По плану рабочий должен был изготавливать одинаковое число деталей ежедневно в течение 12 дней. Он делал на 5 деталей в день больше и завершил тот же заказ за 10 дней. Найдите плановую дневную норму и объем заказа.

Задание 9

Смешали 10 кг 20%-го и 15 кг 40%-го растворов одного вещества. Потерь и химической реакции нет. Найдите массовую долю вещества в смеси.

Задание 10

К 20 кг 10%-го раствора добавляют чистое растворимое вещество без потерь. Сколько килограммов добавить, чтобы массовая доля стала 25%?

02. Баланс вещества и замены: задания 11-16**Задание 11**

Сколько килограммов воды добавить к 12 кг 30%-го раствора, чтобы массовая доля растворённого вещества стала 18%?

Задание 12

Из 40 кг 15%-го раствора испаряют только воду. Сколько воды нужно испарить, чтобы массовая доля вещества стала 20%?

Задание 13

Сколько килограммов сплавов с 20% и 50% меди надо взять, чтобы получить 30 кг сплава с 32% меди? Потерь металла нет.

Задание 14

Свежий продукт массой 100 кг содержит 80% воды. После сушки он содержит 60% воды. Сухое вещество сохраняется. Найдите конечную массу и массу испарившейся воды.

Задание 15

Из 20 кг однородного 30%-го раствора отлили 5 кг, затем добавили 5 кг воды и перемешали. Найдите массовую долю вещества после операции.

Задание 16

В сосуде 100 кг 20%-го раствора. Дважды удаляют по 10 кг однородной смеси и каждый раз добавляют 10 кг воды. Перед очередным удалением раствор перемешивают. Найдите итоговую массовую долю.

03. Повторение пройденного: задания 17-20**Задание 17**

Повторение: лодка прошла 60 км по течению и 60 км против течения. Собственная скорость 13 км/ч, скорость течения 2 км/ч. Найдите полное время движения.

Задание 18

Повторение: найдите наибольшее значение $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[-2; 2]$ и все точки его достижения.

Задание 19

Повторение: решите неравенство $\log_2(x - 1) > 3$.

Задание 20

Повторение: решите $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$ на отрезке $[0; 2\pi]$.

04. Составные задачи: задания 21-30**Задание 21**

Первый работник выполняет заказ на 6 часов быстрее второго. Вместе они выполняют его за 4 часа. Найдите самостоятельное время каждого.

Задание 22

Первый мастер выполняет заказ за 12 часов, второй - за 18 часов. Первый работал 4 часа один, затем они работали вместе до завершения. Найдите общее время.

Задание 23

Две трубы наполняют бассейн по отдельности за 6 и 9 часов. Их открыли вместе на 2 часа, затем первую закрыли. Через сколько часов от начала наполнится бассейн?

Задание 24

Первый и второй работники выполняют заказ за 12 часов, второй и третий - за 15 часов, первый и третий - за 20 часов. Найдите совместное время всех троих и самостоятельное время каждого.

Задание 25

Два сплава содержат соответственно 40% и 25% меди. Более богатого медью сплава взяли на 10 кг больше. После соединения без потерь получили 35%-й сплав. Определите его массу. Данные: ФИПИ, рекомендации ЕГЭ-2026, пример 10.7.

Задание 26

Из двух руд получают металл. Первая содержит 25% металла, из которого удаётся извлечь 90%; вторая содержит 40%, из которого извлекают 80%. Из 100 кг смеси этих руд получили 27,25 кг металла. Найдите массы руд.

Задание 27

Заказ содержит 600 деталей. Рабочий повысил дневную норму на 5 деталей и закончил заказ на 4 дня раньше плана. Найдите первоначальную норму, если она постоянна и положительна.

Задание 28

Смешивают три раствора с массовыми долями 10%, 30% и 60%. Требуется 50 кг 34%-го раствора. Масса 10%-го раствора должна быть вдвое больше массы 30%-го. Найдите все три массы.

Задание 29

Из 20 кг однородного раствора неизвестной массовой доли отлили 2 кг, затем добавили 2 кг чистого вещества. После растворения получилась массовая доля 28%. Найдите исходную долю.

Задание 30

В двух сосудах по 100 кг 40%-го раствора. В первом один раз заменяют 20 кг смеси водой. Во втором дважды заменяют по 10 кг, перемешивая после каждой замены. Где концентрация меньше и на сколько процентных пунктов?

05. Развёрнутое обоснование: задания 31-34**Задание 31**

В сосуде 60 кг 30%-го раствора. Сначала удаляют x кг смеси и добавляют столько же воды. После перемешивания снова удаляют x кг, затем добавляют x кг 60%-го раствора. Итоговая доля вещества $\frac{1}{3}$. Найдите $x > 0$.

Задание 32

Две трубы наполняют бассейн за 10 и 15 часов. Сначала обе трубы и слив работают 4 часа, затем слив закрывают, и трубы завершают наполнение ещё за 3 часа. Расходы постоянны. За сколько часов слив опорожняет полный бассейн?

Задание 33

Два работника вместе выполняют заказ за 6 часов. Первый в одиночку справляется на 5 часов быстрее второго. Найдите оба самостоятельных времени и долю заказа, выполненную первым при совместной работе.

Задание 34

В сосуде А 20 кг 40%-го раствора, в В 30 кг 10%-го раствора того же вещества. Из А переливают 10 кг в В и перемешивают; затем 10 кг полученной смеси переливают обратно в А. Найдите конечные массовые доли в обоих сосудах.

06. Сложные задачи и параметры: задания 35-40**Задание 35**

Два работника выполняют заказ по отдельности за x и $30 - x$ часов, где $6 \leq x \leq 24$. Для каждого $a \geq 0$ определите число значений x , при которых совместное время равно a часов. Укажите граничные случаи.

Задание 36

Нужно изготовить 100 кг смеси с 40% вещества из растворов с долями 10%, 30% и 70%. Цена килограмма равна соответственно 20, 30 и 60 рублям. 30%-го раствора имеется не более 60 кг; остальных достаточно. Массы можно выбирать непрерывно. Найдите самый дешёвый допустимый состав и его стоимость.

Задание 37

Первый мастер выполняет заказ за 12 часов и начинает в момент 0. Второй выполняет его за 18 часов и может присоединиться через $a \geq 0$ часов после начала; если заказ уже готов, он не работает. Найдите полное время $T(a)$ и все задержки, при которых заказ будет готов не позднее 9 часов от начала.

Задание 38

В 60 кг 40%-го раствора сначала заменяют x кг смеси водой, затем после перемешивания заменяют x кг смеси 30%-м раствором. Допустимо $0 \leq x \leq 60$. Для каждого $a \in [0; 1]$ определите число значений x , дающих итоговую массовую долю a . Найдите критические доли и соответствующие массы.

Задание 39

В баке 100 кг 40%-го раствора. За одну операцию удаляют 10 кг хорошо перемешанной смеси и добавляют 10 кг воды. Какое минимальное целое число операций нужно, чтобы массовая доля стала строго меньше 20%?

Задание 40

В сосуде 100 кг 40%-го раствора. Сначала заменяют водой x кг смеси, затем после перемешивания заменяют водой ещё $40 - x$ кг. Допустимо $0 \leq x \leq 40$. Для каждого $a \in [0; 100]$ найдите все x , при которых итоговая концентрация не превышает a процентов. Когда удаляется больше всего вещества?