



Классическая вероятность

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

01. Свойства и базовые методы: задания 1-10

Задание 1

Правильный игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что число очков чётно и больше 2.

Задание 2

Среди 50 участниц соревнования 22 представляют Японию, 13 - Китай, остальные - Корею. Порядок выступлений равновероятно выбирается из всех перестановок. Какова вероятность, что первой выступит участница из Кореи?

Задание 3

В мешке 4 красных, 3 синих и 5 белых одинаковых на ощупь шаров. Один шар выбирают равновероятно. Найдите вероятность того, что он не белый.

Задание 4

Дважды независимо бросают симметричную монету. Найдите вероятность ровно одного орла.

Задание 5

Из всех натуральных чисел от 1 до 30 включительно равновероятно выбирают одно. Найдите вероятность делимости на 4 или на 6.

Задание 6

Из колоды 36 карт (четыре масти, по девять карт каждой масти) равновероятно выбирают одну карту. Найдите вероятность, что это туз или карта червонной масти.

Задание 7

Из всех двузначных натуральных чисел равновероятно выбирают одно. Найдите вероятность того, что его цифры различны.

Задание 8

Правильный кубик бросают дважды независимо. Найдите вероятность суммы очков 7.

Задание 9

Два различных правильных кубика бросают независимо. Найдите вероятность того, что сумма очков больше 10.

Задание 10

Два правильных кубика бросают независимо. Найдите вероятность чётного произведения очков.

02. Последовательности и выбор без возвращения: задания 11-16**Задание 11**

Симметричную монету независимо бросают три раза. Найдите вероятность ровно двух орлов.

Задание 12

Симметричную монету независимо бросают четыре раза. Найдите вероятность хотя бы одного орла.

Задание 13

Из 8 учеников равновероятно выбирают команду из трёх без учёта порядка. Найдите вероятность того, что определённый ученик войдёт в команду.

Задание 14

В коробке 5 красных и 4 синих шара. Все пары отдельных шаров равновероятны. Одновременно выбирают два шара. Найдите вероятность одинакового цвета.

Задание 15

В 120 проведённых опытах событие наблюдалось 33 раза. Найдите относительную частоту. Можно ли без дополнительных данных утверждать, что теоретическая вероятность равна этой частоте?

Задание 16

Правильный кубик бросают дважды независимо. Найдите вероятность того, что наибольшее из двух чисел равно 5.

03. Повторение пройденного: задания 17-20**Задание 17**

Повторение. Первый исполнитель выполняет заказ за 10 ч, второй за 15 ч. Вместе они работают 2 ч, затем второй уходит. Постоянные производительности складываются. Сколько времени занимает весь заказ?

Задание 18

Повторение. Из 40 кг 25%-го раствора удалили 8 кг однородной смеси и добавили 8 кг воды. Затем ту же операцию повторили после перемешивания. Найдите конечную массовую долю вещества.

Задание 19

Повторение. Решите уравнение $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$.

Задание 20

Повторение. Составьте уравнение касательной к графику $f(x) = x^2 - 2x$ в точке с абсциссой 3. Докажите, что парабола не лежит ниже этой прямой.

04. Составные задачи: задания 21-30**Задание 21**

Цифры 1, 2, 3, 4, 5 равновероятно располагают в ряд без повторений. Найдите вероятность того, что первое число нечётно, а последнее чётно.

Задание 22

Равновероятно выбирают четырёхзначное натуральное число. Найдите вероятность того, что все его цифры различны.

Задание 23

Каждая из четырёх цифр кода независимо и равновероятно выбирается из 0-9; начальный ноль разрешён. Найдите вероятность ровно двух чётных цифр.

Задание 24

Правильный кубик бросают трижды независимо. Найдите вероятность того, что ровно два результата совпадут, а третий будет отличаться.

Задание 25

В коробке 6 белых и 4 чёрных шара. Одновременно равновероятно выбирают тройку отдельных шаров. Найдите вероятность не менее двух белых.

Задание 26

Из 7 юношей и 5 девушек равновероятно выбирают комитет из четырёх человек. Найдите вероятность не менее двух девушек.

Задание 27

Из 10 человек, среди которых Анна и Борис, равновероятно выбирают комиссию из четырёх. Найдите вероятность, что в неё войдёт ровно один из этих двоих.

Задание 28

Из 36-карточной колоды равновероятно выбирают две карты без учёта порядка. Какова вероятность, что карты одной масти, но ни одна не туз? В каждой из четырёх мастей по девять карт, включая одного туза.

Задание 29

Из 8 мест, расположенных в ряд, равновероятно выбирают три места. Найдите вероятность того, что никакие два выбранных места не соседствуют.

Задание 30

Шесть разных книг равновероятно расставляют на полке. Найдите вероятность, что две заранее указанные книги окажутся рядом.

05. Развёрнутое обоснование: задания 31-34**Задание 31**

Из 8 мест в ряд равновероятно выбирают три. Найдите вероятность, что среди выбранных мест будет ровно одна пара соседних. Три последовательных места не подходят, поскольку содержат две такие пары.

Задание 32

Три различных участника независимо и равновероятно выбирают одну из четырёх команд. Найдите вероятность, что заняты ровно две команды.

Задание 33

Четыре письма случайно раскладывают по четырём подписанным конвертам, по одному письму в конверт; все перестановки равновероятны. Найдите вероятность, что ни одно письмо не окажется в своём конверте.

Задание 34

Из чисел 1-12 включительно равновероятно выбирают три различных числа без учёта порядка. Найдите вероятность делимости их суммы на 3.

06. Сложные задачи и параметры: задания 35-40**Задание 35**

В коробке всего N шаров, из них ровно три красных, остальные синие; N - целое, $N \geq 3$. Все пары шаров равновероятны. Вероятность выбрать два красных равна $\frac{1}{12}$. Найдите N и докажите единственность.

Задание 36

В коробке 10 шаров, из них r красных и $10 - r$ синих; r - целое от 0 до 10. Равновероятно выбирают пару шаров. а) Найдите вероятность разных цветов как функцию r и её максимум. б) Найдите все r , при которых вероятность не меньше $\frac{1}{2}$. в) Для каждого действительного a укажите число значений r , при которых вероятность равна a .

Задание 37

Из восьми вершин правильного восьмиугольника равновероятно выбирают три. Найдите вероятность, что они образуют прямоугольный треугольник. Обоснуйте отсутствие повторного счёта.

Задание 38

В коробке 5 красных, 4 синих и 3 зелёных шара. Все тройки отдельных шаров равновероятны. Выбирают три шара. Найдите вероятность, что представлены ровно два цвета и есть хотя бы один красный шар.

Задание 39

Расширение модели. Точка $(x; y)$ равномерно выбирается в квадрате $[-1; 1] \times [-1; 1]$. Найдите вероятность одновременного выполнения $|x| + |y| \leq 1$ и $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{4}$. Обоснуйте геометрические ограничения.

Задание 40

Все различные перестановки букв слова «МАТЕМАТИКА» равновероятны. а) Найдите вероятность, что никакие две гласные не соседствуют. б) Обобщите: в слове n согласных и m гласных; буквы внутри каждой группы могут повторяться. Докажите, что при равновероятном выборе различных перестановок вероятность отсутствия соседних гласных равна $\frac{C_{n+1}^m}{C_{n+m}^m}$ при $0 \leq m \leq n + 1$ и равна нулю при $m > n + 1$. Числа n, m - неотрицательные целые.