



Урок 23. Тестовые задания (40 вопросов): ответы и решения

40 заданий: 36 по теме «Показательные и логарифмические модели» и 4 на повторение. Задания 1-20: начальный уровень, 21-35: средний, 36-40: повышенный уровень. Решения открываются отдельно под каждым заданием.

01. Начальный уровень: задания 1-20

Задание 1

Решите $2^x = 8$.

1. $8 = 2^3$.
2. При равных основаниях $x = 3$.

Ответ

3

Задание 2

Решите $3^{x-1} = 27$.

1. $27 = 3^3$.
2. $x - 1 = 3$.
3. $x = 4$.

Ответ

4

Задание 3

Решите $5^{2x-1} = 125$.

1. $125 = 5^3$.
2. $2x - 1 = 3$.
3. $x = 2$.

Ответ

2

Задание 4

Решите $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 8$.

1. $8 = 2^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$.
2. $x + 1 = -3$.
3. $x = -4$.

Ответ

−4

Задание 5

Решите $9^x = 27$.

1. $3^{2x} = 3^3$.

2. $2x = 3$.

3. $x = \frac{3}{2}$.

Ответ

$\frac{3}{2}$

Задание 6

Решите $4^{x+1} = 8^{x-1}$.

1. $2^{2x+2} = 2^{3x-3}$.

2. $2x + 2 = 3x - 3$.

3. $x = 5$.

Ответ

5

Задание 7

Решите $2^{x^2-1} = 8$.

1. $8 = 2^3$.

2. $x^2 - 1 = 3$, значит $x^2 = 4$.

3. $x = -2$ или $x = 2$.

Ответ

−2; 2

Задание 8

Решите $3^{x^2-2x} = 1$.

1. $1 = 3^0$.

2. $x^2 - 2x = 0$.

3. $x(x - 2) = 0$, поэтому $x = 0$ или $x = 2$.

Ответ

0; 2

Задание 9

Решите $2^x + 2^{x+1} = 24$.

1. $2^x(1 + 2) = 24$.

2. $2^x = 8$.

3. $x = 3$.

Ответ

3

Задание 10

Решите $5^{x+1} - 5^x = 100$.

1. $5^x(5 - 1) = 100$.

2. $5^x = 25$.

3. $x = 2$.

Ответ

2

Задание 11

а) Решите уравнение.

$$\log_2 x = 5.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[30; 35]$.

1. ОДЗ: $x > 0$.

2. $x = 2^5 = 32$.

3. Корень допустим.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 32$.

Ответ а) 32.

б)

32

Задание 12

а) Решите уравнение.

$$\log_3(x - 1) = 2.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[5; 12]$.

1. ОДЗ: $x > 1$.

2. $x - 1 = 3^2 = 9$.

3. $x = 10$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 10$.

Ответ а) 10.

б)

10

Задание 13

а) Решите уравнение.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x + 3) = -2.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 2]$.

1. ОДЗ: $x > -3$.

2. $x + 3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$.

3. $x = 1$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 1$.

Ответ а) 1 .

б)

1

Задание 14

а) Решите уравнение.

$$\log_5(2x - 1) = 1.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 5]$.

1. ОДЗ: $2x - 1 > 0$.

2. $2x - 1 = 5$.

3. $x = 3$, ОДЗ выполнена.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 3$.

Ответ а) 3 .

б)

3

Задание 15

а) Решите уравнение.

$$\log_2(x - 3) = \log_2 5.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 10]$.

1. ОДЗ: $x > 3$.

2. $x - 3 = 5$.

3. $x = 8$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 8$.

Ответ а) 8 .

б)

8

Задание 16

а) Решите уравнение.

$$\log_4(x + 3) = \frac{1}{2}.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[-2; 0]$.

1. ОДЗ: $x > -3$.

2. $x + 3 = 4^{\frac{1}{2}} = 2$.

3. $x = -1$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = -1$.

Ответ а) -1 .

б)

-1

Задание 17

Повторение: тригонометрия

Решите $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ на $[0; 2\pi]$.

1. Синус положителен в I и II четвертях.

2. Корни: $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{3\pi}{4}$.

Ответ

$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

Задание 18

Повторение: объём цилиндра

Радиус цилиндра равен 3, высота 5. Найдите объём.

1. $V = \pi r^2 h$.

2. $V = \pi \cdot 9 \cdot 5 = 45\pi$.

Ответ

45π

Задание 19

Повторение: теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике гипотенуза 10, один катет 6. Найдите второй катет.

1. $b = \sqrt{10^2 - 6^2}$.

2. $b = \sqrt{64} = 8$.

Ответ

8

Задание 20

Повторение: скалярное произведение

Даны векторы $\vec{a} = (2; 3)$ и $\vec{b} = (4; -1)$. Найдите $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 4 + 3 \cdot (-1)$.

2. Получаем $8 - 3 = 5$.

Ответ

5

02. Средний уровень: задания 21-35

Задание 21

Решите $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$.

1. $t = 2^x > 0$, тогда $4^x = t^2$.

2. $t^2 - 5t + 4 = 0$, откуда $t = 1$ или 4 .

3. $x = 0$ или $x = 2$.

Ответ

0; 2

Задание 22

Решите $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$.

1. $t = 3^x > 0$.
2. $t^2 - 10t + 9 = 0$, откуда $t = 1$ или 9 .
3. $x = 0$ или $x = 2$.

Ответ

0; 2

Задание 23

а) Решите уравнение.

$$4^x + 2^x - 6 = 0.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 2]$.

1. $t = 2^x > 0$.
2. $t^2 + t - 6 = 0$, поэтому $t = 2$ или $t = -3$.
3. Отрицательное значение отбрасываем; $2^x = 2$, значит $x = 1$.
4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 1$.

Ответ а) 1.

б)

1

Задание 24

а) Решите уравнение.

$$3^{x+1} + 3^x = 108.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[2; 4]$.

1. $3^x(3 + 1) = 108$.
2. $3^x = 27$.
3. $x = 3$.
4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 3$.

Ответ а) 3.

б)

3

Задание 25

а) Решите уравнение.

$$\log_3(x + 2) = \log_3(2x - 1).$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[2; 4]$.

1. ОДЗ: $x > -2$ и $x > \frac{1}{2}$, то есть $x > \frac{1}{2}$.
2. $x + 2 = 2x - 1$.
3. $x = 3$, корень допустим.
4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 3$.

Ответ а) 3 .

б)

3

Задание 26

а) Решите уравнение.

$$\log_2(x^2 - 1) = 3.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[-4; 0]$.

1. ОДЗ: $x^2 - 1 > 0$.

2. $x^2 - 1 = 8$, значит $x^2 = 9$.

3. $x = -3$ и $x = 3$; оба допустимы.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = -3$.

Ответ а) $-3; 3$.

б)

-3

Задание 27

а) Решите уравнение.

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x + 1) = -1.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 2]$.

1. ОДЗ: $2x + 1 > 0$.

2. $2x + 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$.

3. $x = 1$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 1$.

Ответ а) 1 .

б)

1

Задание 28

а) Решите уравнение.

$$\log_2 x + \log_2 4 = 5.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[7; 9]$.

1. $\log_2 4 = 2$.

2. $\log_2 x = 3$.

3. $x = 8$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 8$.

Ответ а) 8 .

б)

8

Задание 29

а) Решите уравнение.

$$\log_3(x^2) = 2.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 4]$.

1. ОДЗ: $x \neq 0$.

2. $x^2 = 3^2 = 9$.

3. $x = -3$ или $x = 3$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 3$.

Ответ а) $-3; 3$.

б)

3

Задание 30

а) Решите уравнение.

$$\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[2; 4]$.

1. ОДЗ: $x > 1$.

2. $(x - 1)(x + 1) = 8$.

3. $x^2 = 9$; по ОДЗ остаётся $x = 3$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 3$.

Ответ а) 3 .

б)

3

Задание 31

а) Решите уравнение.

$$2 \log_3 x = 4.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[8; 10]$.

1. ОДЗ: $x > 0$.

2. $\log_3 x = 2$.

3. $x = 9$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 9$.

Ответ а) 9 .

б)

9

Задание 32

а) Решите уравнение.

$$2^{\log_2 x} = 16.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[15; 17]$.

1. ОДЗ логарифма: $x > 0$.

2. $2^{\log_2 x} = x$.

3. $x = 16$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 16$.

Ответ а) 16 .

б)

16

Задание 33

а) Решите уравнение.

$$\log_2(2^x) = 5.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[4; 6]$.

1. $2^x > 0$ для любого x .

2. $\log_2(2^x) = x$.

3. $x = 5$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 5$.

Ответ а) 5 .

б)

5

Задание 34

а) Решите уравнение.

$$3^{\log_3(x-2)} = 7.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[8; 10]$.

1. ОДЗ: $x - 2 > 0$.

2. $3^{\log_3(x-2)} = x - 2$.

3. $x - 2 = 7$, поэтому $x = 9$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 9$.

Ответ а) 9 .

б)

9

Задание 35

а) Решите уравнение.

$$\log_5 (5^{2x-1}) = 3.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[1; 3]$.

1. Аргумент степени положителен.

2. $\log_5 (5^{2x-1}) = 2x - 1$.

3. $2x - 1 = 3$, поэтому $x = 2$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 2$.

Ответ а) 2.

б)

2

03. Повышенный уровень: задания 36-40

Задание 36

а) Решите уравнение.

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[\frac{3}{2}; 2]$.

1. $t = 2^x > 0$.

2. $t^2 - 5t + 6 = 0$, поэтому $t = 2$ или 3 .

3. $x = 1$ или $x = \log_2 3$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = \log_2 3$.

Ответ а) 1; $\log_2 3$.

б)

$$\log_2 3$$

Задание 37

а) Решите уравнение.

$$2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 2]$.

1. Положим $t = 2^x > 0$, тогда $2^{-x} = \frac{1}{t}$.

2. $t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2}$, то есть $2t^2 - 5t + 2 = 0$.

3. $t = 2$ или $t = \frac{1}{2}$, поэтому $x = 1$ или $x = -1$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 1$.

Ответ а) $-1; 1$.

б)

1

Задание 38

а) Решите уравнение.

$$\log_2 x + \log_2(x - 2) = 3.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[3; 5]$.

1. ОДЗ: $x > 2$.

2. $x(x - 2) = 8$.

3. Кандидаты 4 и -2 ; по ОДЗ остаётся 4.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = 4$.

Ответ а) 4.

б)

4

Задание 39

а) Решите уравнение.

$$\log_3(x - 1) - \log_3(x - 4) = 1.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[5; 6]$.

1. ОДЗ: $x > 4$.

2. $\frac{x-1}{x-4} = 3$.

3. $x = \frac{11}{2}$, корень допустим.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = \frac{11}{2}$.

Ответ а) $\frac{11}{2}$.

б)

$$\frac{11}{2}$$

Задание 40

а) Решите уравнение.

$$\log_2(x + 2) - \log_2 x = 2.$$

б) Найдите все корни, принадлежащие отрезку $[0; 1]$.

1. ОДЗ: $x > 0$.

2. $\frac{x+2}{x} = 4$.

3. $x + 2 = 4x$, поэтому $x = \frac{2}{3}$.

4. **Отбор корней.** На указанном отрезке остаётся $x = \frac{2}{3}$.

Ответ а) $\frac{2}{3}$.

б)

$$\frac{2}{3}$$