



Тригонометрические выражения

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

Задания 9 и 36 — из официальной демоверсии ФИПИ ЕГЭ-2026. Остальные задания составлены для этого урока.

01. Значения, знаки и координаты

Задание 1

Выразите угол 450° в радианах.

Задание 2

Вычислите:

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + \cos\frac{5\pi}{3}.$$

Задание 3

Вычислите:

$$\sin^2 75^\circ + \cos^2 75^\circ.$$

Задание 4

Вычислите:

$$\tan 225^\circ - 2 \cos 240^\circ.$$

Задание 5

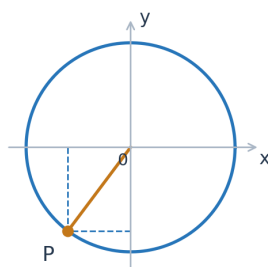
Известно, что $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\cos \alpha$.

Задание 6

Известно, что $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Найдите $\tan \alpha$.

Задание 7

Точка $P\left(-\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}\right)$ лежит на единичной окружности и соответствует углу α . Найдите $\sin 2\alpha$.



Точка P имеет координаты $(-3/5; -4/5)$. Проекции показывают координаты на осях.

Задание 8

Найдите $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $\alpha = \frac{5\pi}{3}$.

Задание 9

Вычислите:

$$3 \sin \frac{13\pi}{12} \cos \frac{13\pi}{12}.$$

ФИПИ. Демоверсия ЕГЭ-2026, профильный уровень, задание 7, первый вариант.

Задание 10

Вычислите:

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ.$$

02. Формулы в несколько шагов

Задание 11

Вычислите точно:

$$\sin 75^\circ + \cos 75^\circ.$$

Задание 12

Вычислите точно $\tan 15^\circ$.

Задание 13

Найдите $\cos(\alpha - \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

Задание 14

Найдите $\sin 2\alpha$, если $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$.

Задание 15

Найдите $\cos 2\alpha$, если $\tan \alpha = 2$.

Задание 16

Найдите $\sin \frac{\alpha}{2}$ и $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Задание 17

Известно, что $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Найдите $\sin^3 x + \cos^3 x$.

Задание 18

Найдите область значений $3 \sin x - 4 \cos x + 2$. Обоснуйте достижимость обеих границ.

03. Повторение пройденного

Задание 19

Вычислите:

$$\log_3 27 - \log_3 3.$$

Задание 20

Упростите $\sqrt{(x-4)^2}$ и запишите ответ без модуля для всех действительных x .

04. Преобразования, ОДЗ и область значений**Задание 21**

Упростите и укажите исходную ОДЗ:

$$\frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x}.$$

Задание 22

Упростите и укажите ОДЗ:

$$\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\sin 2x + \sin 4x}.$$

Задание 23

Упростите:

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} + \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}.$$

Укажите все ограничения.

Задание 24

Упростите на исходной ОДЗ:

$$\frac{\sin 4x}{\sin x} - 4 \cos x \cos 2x.$$

Задание 25

Вычислите точно:

$$\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ.$$

Задание 26

Найдите значение $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$, если $\tan \alpha = -2$.

Задание 27

Найдите $\sin 4\alpha$, если $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Задание 28

Докажите, что при любом действительном x

$$\sin^2 x + \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}.$$

Задание 29

Упростите выражение и найдите его область значений:

$$F(x) = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x}.$$

Задание 30

Упростите $\sqrt{1 - \sin 2x}$ без модуля при $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

05. Уравнения с развёрнутым решением

В заданиях 31-36 запишите общее решение и отдельно обоснуйте отбор корней. Рисунок помогает проверить отбор, а запись серий показывает его полноту.

Задание 31

а) Решите уравнение:

$$\cos 2x = \cos x.$$

б) Найдите все корни на отрезке $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Задание 32

а) Решите уравнение:

$$\sin 3x = \cos 2x.$$

б) Отберите корни на отрезке $[\pi; 2\pi]$.

Задание 33

а) Решите уравнение:

$$\frac{2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1}{\sin x} = 0.$$

б) Отберите корни на отрезке $[-2\pi; \pi]$.

Задание 34

а) Решите уравнение:

$$\sqrt{3} \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0.$$

б) Найдите корни на отрезке $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Задание 35

а) Решите уравнение:

$$\sin 3x + \sin x = \cos 3x + \cos x.$$

б) Отберите корни на отрезке $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Задание 36

а) Найдите все решения уравнения:

$$2 \sin^3 x = \sqrt{2} \cos^2 x + 2 \sin x.$$

б) Выпишите решения из отрезка $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

ФИПИ. Демоверсия ЕГЭ-2026, профильный уровень, задание 13, первый вариант.

06. Области значений и задачи с параметром

Учитывайте допустимые значения замены, достижимость границ и число различных корней. В задачах с параметром граничные случаи разбирайте отдельно.

Задание 37

Найдите область значений

$$F(x) = \frac{\sin x + \cos x}{2 + \sin x + \cos x}$$

и все значения x , при которых достигаются её границы.

Задание 38

Найдите наименьшее и наибольшее значения $\sin x + \cos x - \sin 2x$. Укажите все случаи их достижения.

Задание 39

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + a = 0$$

имеет ровно четыре различных корня на полуинтервале $[0; 2\pi)$.

Задание 40

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sin^2 x - 2a \sin x + a = 0$$

имеет ровно два различных корня на полуинтервале $[0; 2\pi)$.