



Первая часть: точность решения

Ответы и пошаговые решения

Базовая тренировка: задания 1-12

Задание 1

Тренировка. Площадь трапеции

Основания трапеции равны 14 и 20, высота равна 6. Найдите площадь трапеции по рисунку.

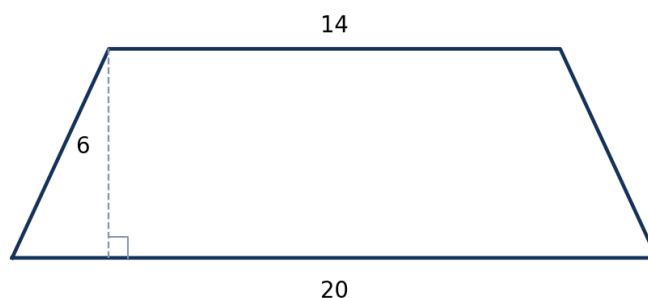


Рисунок к заданию.

Решение

$$1. S = \frac{(14 + 20) \cdot 6}{2} = 102.$$

ОТВЕТ: 102

Задание 2

Тренировка. Векторы

Даны векторы $\vec{a} = (2; -3)$ и $\vec{b} = (4; 5)$. Найдите их скалярное произведение.

Решение

$$1. \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 4 + (-3) \cdot 5 = -7.$$

ОТВЕТ: -7



Задание 3

Тренировка. Объём тела

Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 6, 7 и 7. Найдите его объём.

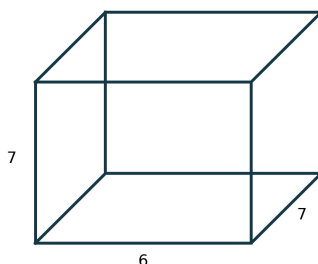


Рисунок к заданию.

Решение

1. $V = 6 \cdot 7 \cdot 7 = 294$.

ОТВЕТ: 294

Задание 4

Тренировка. Вероятность

В коробке 7 белых и 5 чёрных шаров. Наугад выбирают один шар. Найдите вероятность выбрать белый шар.

Решение

1. $P = \frac{7}{12}$.

ОТВЕТ: $\frac{7}{12}$

Задание 5

Тренировка. Вероятность

Вероятности безотказной работы двух независимых приборов равны 0,9 и 0,8. Найдите вероятность, что хотя бы один прибор работает.

Решение

1. Оба откажут с вероятностью $0,1 \cdot 0,2 = 0,02$.

2. Искомая вероятность $1 - 0,02 = 0,98$.

ОТВЕТ: 0,98



Задание 6

Тренировка. Уравнение

Решите уравнение $5x - 7 = 18$.

Решение

1. $5x = 25$, поэтому $x = 5$.

ОТВЕТ: 5

Задание 7

Тренировка. Модель и проверка

Вычислите $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$.

Решение

1. $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = 0,5$.

ОТВЕТ: 0,5

Задание 8

Тренировка. Знак производной

На рисунке изображён график производной функции; её нули имеют абсциссы -2 , 1 , 4 . Сколько точек максимума имеет функция на показанном интервале?

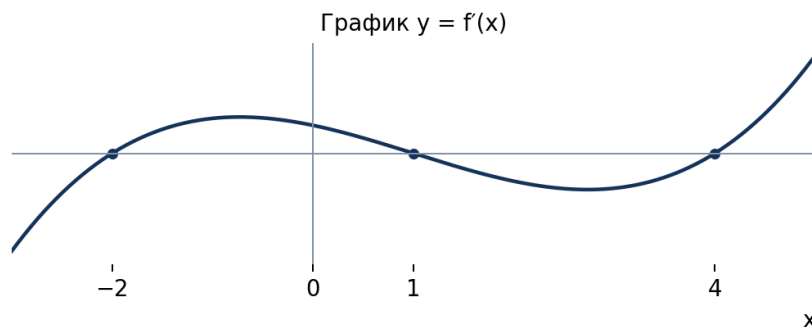


Рисунок к заданию.

Решение

1. Точка максимума функции соответствует переходу производной от положительных значений к отрицательным.

2. На графике такой переход происходит один раз — в средней отмеченной точке.

ОТВЕТ: 1



Задание 9

Тренировка. Прикладная формула

Количество теплоты вычисляется по формуле $Q = cm\Delta T$. Найдите Q , если $c = 4200$, $m = 2$, $\Delta T = 3$.

Решение

1. $Q = 4200 \cdot 2 \cdot 3 = 25200$.

ОТВЕТ: 25 200

Задание 10

Тренировка. Движение

Автомобиль ехал 2 часа со скоростью 60 км/ч и затем 1,5 часа со скоростью 80 км/ч. Найдите весь путь.

Решение

1. $S = 2 \cdot 60 + 1,5 \cdot 80 = 240$ км.

ОТВЕТ: 240

Задание 11

Тренировка. Линейная функция

На рисунке изображён график линейной функции, проходящей через точки $(0; 7)$ и $(1; 9)$. Найдите значение функции при $x = 8$.

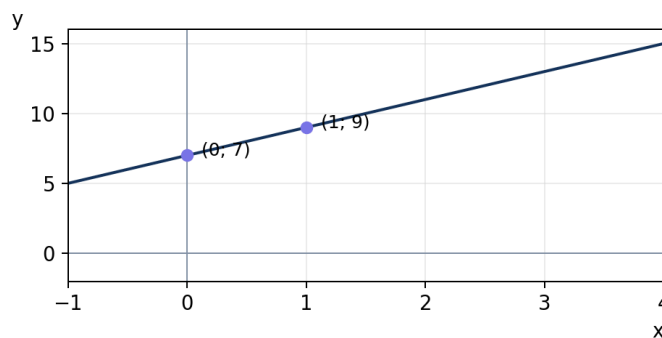


Рисунок к заданию.

Решение

1. По графику или по уравнению прямой $y = 2x + 7$ получаем $y(8) = 23$.

ОТВЕТ: 23



Задание 12

Тренировка. Модель и проверка

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -(x-3)^2 + 25$ на отрезке $[0; 7]$.

Решение

1. Вершина параболы находится при $x=3$ и входит в отрезок.
2. Наибольшее значение равно 25.

ОТВЕТ: 25

Подготовительные и экзаменационные задачи: задания 13-36

Задание 13

Тренировка. Прямоугольный треугольник

В прямоугольном треугольнике катеты равны 27 и 36. Найдите гипотенузу. Используйте рисунок.

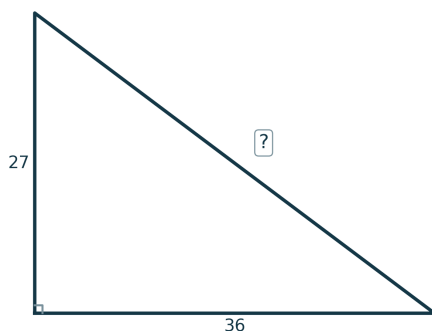


Рисунок к заданию.

Решение

1. По теореме Пифагора $c = \sqrt{27^2 + 36^2} = 45$.

ОТВЕТ: 45

Задание 14

Тренировка. Векторы

При каком k скалярное произведение векторов $(k; 3)$ и $(2; -4)$ равно нулю?

Решение

1. $2k - 12 = 0$.
2. $k = 6$.

ОТВЕТ: 6



Задание 15

Тренировка. Объём цилиндра

Радиус основания цилиндра равен 4, высота — 3. Найдите $\frac{V}{\pi}$.

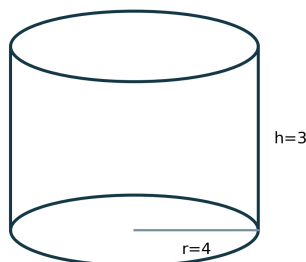


Рисунок к заданию.

Решение

1. $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 48\pi$, поэтому $\frac{V}{\pi} = 48$.

ОТВЕТ: 48

Задание 16

Тренировка. Вероятность

В наборе 24 карточки, из них 5 отмечены звёздочкой. Найдите вероятность выбрать карточку без звёздочки.

Решение

1. Неотмеченных карточек $24 - 5 = 19$.

2. $P = \frac{19}{24}$.

ОТВЕТ: $\frac{19}{24}$

Задание 17

Тренировка. Вероятность

Два независимых игрока попадают в цель с вероятностями 0,6 и 0,4. Найдите вероятность ровно одного попадания.

Решение

1. $P = 0,6 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,52$.

ОТВЕТ: 0,52



Задание 18

Тренировка. Векторы

Даны векторы $\vec{a} = (-1; 6)$ и $\vec{b} = (3; 2)$. Найдите их скалярное произведение.

Решение

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 9.$

ОТВЕТ: 9

Задание 19

Формат егэ. Модель и проверка

Вычислите $\log_2 64 - \sqrt{25}$.

Решение

1. $\log_2 64 = 6, \sqrt{25} = 5.$

2. $6 - 5 = 1.$

ОТВЕТ: 1

Задание 20

Формат егэ. Вероятность

В коробке 4 зелёных и 11 жёлтых шаров. Наугад выбирают один шар. Найдите вероятность выбрать зелёный шар.

Ответ округлите до сотых.

Решение

1. $P = \frac{4}{15}.$

Округляем найденную вероятность до сотых: 0,27.

Ответ: 0,27

Задание 21

Формат егэ. Вероятность

Два игрока независимо выполняют бросок с вероятностями успеха 0,7 и 0,6. Найдите вероятность хотя бы одного успеха.

Решение

1. Вероятность двух неудач: $0,3 \cdot 0,4 = 0,12.$

2. $P = 1 - 0,12 = 0,88.$

ОТВЕТ: 0,88



Задание 22

Формат егэ. Уравнение

Решите уравнение $4x + 9 = 1$.

Решение

1. $4x = -8$, поэтому $x = -2$.

ОТВЕТ: -2

Задание 23

Формат егэ. Модель и проверка

Вычислите $\frac{7}{8} + \frac{3}{8}$.

Решение

1. $\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25$.

ОТВЕТ: 1,25

Задание 24

Формат егэ. Модель и проверка

Плотность вещества вычисляется по формуле $\rho = \frac{m}{V}$. Найдите массу, если $\rho = 7,8$ г/см³ и $V = 50$ см³.

Решение

1. $m = \rho V = 7,8 \cdot 50 = 390$ г.

ОТВЕТ: 390

Задание 25

Формат егэ. Модель и проверка

Используйте формулу $Q = cm\Delta T$. Найдите Q при $c = 900$, $m = 4$, $\Delta T = 5$.

Решение

1. $Q = 900 \cdot 4 \cdot 5 = 18000$.

ОТВЕТ: 18 000

Задание 26

Формат егэ. Движение

Поезд шёл 3 часа со скоростью 70 км/ч и ещё 2 часа со скоростью 50 км/ч. Какой путь он прошёл?

Решение

1. $S = 3 \cdot 70 + 2 \cdot 50 = 310$ км.

ОТВЕТ: 310



Задание 27

Формат егэ. Объём тела

Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8, 8 и 8. Найдите его объём.

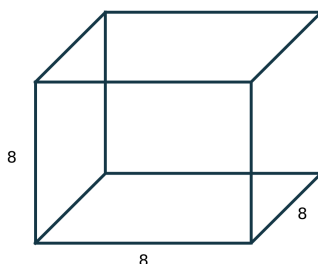


Рисунок к заданию.

Решение

1. $V = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$.

ОТВЕТ: 512

Задание 28

Формат егэ. Модель и проверка

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -2(x+1)^2 + 18$.

Решение

1. Квадрат неотрицателен, поэтому наибольшее значение достигается при $x = -1$.
2. Оно равно 18.

ОТВЕТ: 18

Задание 29

Формат егэ. Вероятность

Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Решение

1. Подходят три последовательности: ООР, ОРО и РОО.
2. Каждая имеет вероятность $\frac{1}{8}$, поэтому $P = \frac{3}{8}$.

ОТВЕТ: $\frac{3}{8}$



Задание 30

Формат егэ. Уравнение

Решите уравнение $\sqrt{x+4} = 6$.

Решение

1. $x + 4 = 36$.

2. $x = 32$.

ОТВЕТ: 32

Задание 31

Формат егэ. Модель и проверка

Вычислите $\frac{3^4}{9}$.

Решение

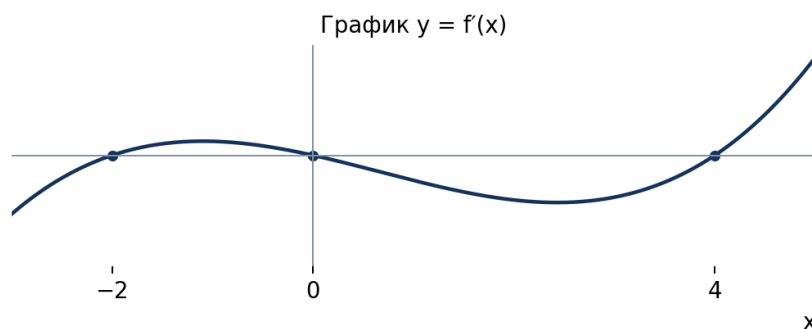
1. $\frac{81}{9} = 9$.

ОТВЕТ: 9

Задание 32

Формат егэ. Знак производной

На рисунке изображён график производной функции; её нули имеют абсциссы -2, 0, 4. Сколько точек максимума имеет функция на показанном интервале?



Решение

1. Точка максимума функции соответствует переходу производной от положительных значений к отрицательным.

2. На графике такой переход происходит один раз — в средней отмеченной точке.

ОТВЕТ: 1



Задание 33

Формат егэ. Модель и проверка

Мощность вычисляется по формуле $P = \frac{A}{t}$. Найдите работу A , если $P = 250$ Вт и $t = 12$ с.

Решение

1. $A = Pt = 250 \cdot 12 = 3000$ Дж.

ОТВЕТ: 3 000

Задание 34

Формат егэ. Модель и проверка

Смешали 200 г 15%-го раствора и 300 г 25%-го раствора. Найдите концентрацию полученной смеси в процентах.

Решение

1. Масса вещества равна $0,15 \cdot 200 + 0,25 \cdot 300 = 105$ г.

2. Масса смеси 500 г, поэтому концентрация $\frac{105}{500} \cdot 100\% = 21\%$.

ОТВЕТ: 21

Задание 35

Формат егэ. Линейная функция

На рисунке изображён график линейной функции, проходящей через точки $(0; 8)$ и $(1; 12)$. Найдите значение функции при $x = 2$.

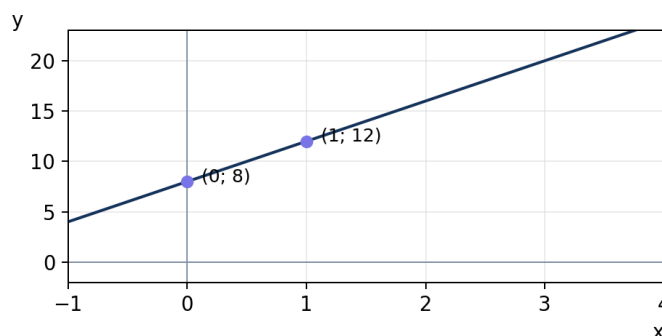


Рисунок к заданию.

Решение

1. По графику или по уравнению прямой $y = 4x + 8$ получаем $y(2) = 16$.

ОТВЕТ: 16



Задание 36

Формат егэ. Модель и проверка

Найдите наименьшее значение функции $f(x) = |x + 2| + 7$.

Решение

1. $|x + 2| \geq 0$.
2. Равенство достигается при $x = -2$, поэтому минимум равен 7.

ОТВЕТ: 7

Повторение: задания 37-40

Задание 37

Повторение. Уравнение

а) Решите уравнение $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$. **б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку** $[-\pi; 2\pi]$.

Решение

1. Положим $t = \sin x$. Тогда $(2t - 1)(t - 1) = 0$.
 2. Получаем $\sin x = \frac{1}{2}$ или $\sin x = 1$.
 3. Общее решение: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
 4. На отрезке $[-\pi; 2\pi]$ лежат $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{5\pi}{6}$.
- Полное решение пункта а: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Ответ: а)** $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ **или** $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ **или** $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; **б)** $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{6}$

Задание 38

Повторение. Неравенство и ОДЗ

Решите неравенство $\frac{(x-2)(x-6)}{x-4} \leq 0$.

Решение

1. Критические точки: 2, 4 и 6; точка 4 исключается из ОДЗ.
2. Знаки на промежутках слева направо равны минус, плюс, минус, плюс.
3. С учётом нестрогого знака получаем $(-\infty; 2] \cup (4; 6]$.

ОТВЕТ: $(-\infty; 2] \cup (4; 6]$



Задание 39

Повторение. Кредит и проценты

В июле банк выдал кредит в размере 900 тыс. рублей на 6 лет. Каждый январь долг увеличивается на 8%, после чего одним платежом уменьшается так, чтобы к июлю каждого следующего года долг становился на одну и ту же величину меньше. Найдите общую сумму всех выплат за весь срок. Ответ дайте в тысячах рублей.

Решение

1. Сумма остатков перед начислениями равна $900 \cdot \frac{6+1}{2} = 3150$ тыс. рублей.
2. Проценты равны $0,08 \cdot 3150 = 252$ тыс. рублей.
3. Общая сумма выплат: $900 + 252 = 1152$ тыс. рублей.

ОТВЕТ: 1 152 тыс. рублей

Задание 40

Повторение. Чётность

Может ли сумма квадратов двух нечётных целых чисел делиться на 8? Обоснуйте ответ.

Решение

1. Квадрат любого нечётного числа даёт остаток 1 при делении на 8.
2. Поэтому сумма двух таких квадратов сравнима с $1 + 1 = 2 \pmod{8}$.
3. Нулевой остаток невозможен, следовательно, сумма не делится на 8.

ОТВЕТ: нет