



Единицы, масштаб, округление и оценка

Теория и разобранные примеры

Единицы, масштаб, округление и оценка — тема 4-го урока курса подготовки к профильному ЕГЭ с начального уровня. В этом уроке вы научитесь согласовывать единицы, применять масштаб и выбирать округление по условию задачи.

Здесь собраны объяснения основных правил, 7 подробных разборов и ответы на частые вопросы. После изучения переходите к отдельному тесту из 40 заданий.

С чего начинать задачу с единицами

Число без единицы может означать разные величины. Запись 2,5 м описывает длину, 2,5 м² — площадь, а 2,5 м³ — объём. Перед вычислением выделите величины из условия и посмотрите, в каких единицах требуется ответ. Складывать и вычитать можно однородные величины, выраженные в одинаковых единицах.

Если нужно найти сумму 1,2 км и 350 м, переведите 1,2 км в 1200 м. Получится 1550 м. После перевода в более мелкую единицу числовое значение увеличивается: сама длина при этом остаётся прежней.

Длина, площадь и объём

Величина	Соотношение	Почему такой коэффициент
Длина	1 м = 100 см	Меняется одна длина
Площадь	1 м ² = 10 000 см ²	100 · 100 маленьких квадратов
Объём	1 м ³ = 1 000 000 см ³	100 · 100 · 100 маленьких кубиков
Вместимость	1 л = 1 дм ³ ; 1 м ³ = 1000 л	В метре 10 дециметров
Земельная площадь	1 га = 10 000 м ²	Квадрат со стороной 100 м

Главное правило. Если коэффициент перевода длины равен k , то для площади он равен k^2 , а для объёма — k^3 . Например, 1 м = 10 дм, поэтому 1 м² = 100 дм² и 1 м³ = 1000 дм³.

Для перехода в обратную сторону делите на соответствующий коэффициент. Так, 3500 см² — это $3500 : 10\,000 = 0,35$ м². Проверка: площадь меньше квадратного метра, поскольку 3500 меньше 10 000.



Масса и вместимость — разные величины

В одной тонне 1000 кг, в одном килограмме 1000 г, в одном литре 1000 мл. Однако перевод литров в килограммы требует плотности вещества. Литр масла и литр воды имеют одинаковый объём, но разные массы. Не заменяйте единицу объёма единицей массы без данных из условия.

Время и скорость

Час содержит 60 минут, минута — 60 секунд. Поэтому 1 час 30 минут равен $1 + \frac{30}{60} = 1,5$ часа. Запись 1,30 часа означает 1 час 18 минут: десятичные доли часа и минуты устроены по разным основаниям.

Для равномерного движения используются формулы $s = vt$, $v = \frac{s}{t}$ и $t = \frac{s}{v}$, когда соответствующий знаменатель ненулевой. Если скорость дана в км/ч, время удобно выражать в часах, а расстояние — в километрах.

Один метр в секунду равен $\frac{3600}{1000} = 3,6$ км/ч. При переходе из м/с в км/ч умножают на 3,6, а в обратную сторону делят. Например, $54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с}$.

При движении с разными скоростями средняя скорость равна всему расстоянию, делённому на всё время. Среднее арифметическое скоростей без проверки длительностей участков может дать неверный ответ.

Масштаб карты и чертежа

Масштаб $1:n$ означает, что длина на изображении в n раз меньше соответствующей реальной длины. Обе длины должны быть выражены в одной единице. Для масштаба 1:50 000 один сантиметр карты означает 50 000 см, то есть 500 м на местности.

Чтобы найти реальное расстояние, умножьте длину на карте на n . Чтобы найти длину на карте, разделите реальное расстояние на n . Если ищите сам масштаб, сначала приведите обе длины к одним единицам и найдите их отношение.

Масштаб относится к длинам. Для площади коэффициент увеличения равен n^2 . Практически часто проще сначала восстановить длину и ширину участка в метрах, а затем перемножить их.

Округление: до разряда и по смыслу

При округлении положительного числа до заданного разряда смотрят на следующую цифру: 0–4 оставляют сохраняемую цифру без изменения, 5–9 увеличивают её на один. Например, 7,846 до сотых — 7,85. Знак приближённого равенства $\approx$ показывает, что точное значение заменили близким.

Практическая задача может требовать другого действия. Если для всех пассажиров расчёт даёт 4,1 автобуса, нужны 5 автобусов. Если из материала можно изготовить 4,9 целого изделия, получится только 4 изделия. Это выбор целого числа по ограничению, а не обычное округление до ближайшего целого.



Материалы, запас и упаковки

Сначала найдите необходимое количество материала, затем учтите запас, потом разделите на содержимое упаковки и выберите достаточное целое количество. Для пола 18 м^2 с запасом 10% потребуется $18 \cdot 1,1 = 19,8 \text{ м}^2$. При $2,4 \text{ м}^2$ в упаковке расчёт даёт 8,25 упаковки, поэтому покупают 9.

Проверка. Восемь упаковок дают $19,2 \text{ м}^2$ — мало; девять дают $21,6 \text{ м}^2$ — достаточно. Такая проверка подтверждает не только достаточность, но и минимальность покупки. Не округляйте промежуточные результаты раньше времени: это может изменить число упаковок.

Примеры с пошаговыми решениями

Разбор 1. Приведение длины к одной единице

Уровень: База.

Условие

Вычислите $3,45 \text{ км} + 780 \text{ м}$. Ответ дайте в метрах.

Короткое правило.

Складывать можно только величины в одинаковых единицах. Единицу ответа выбираем до вычисления.

До вычислений.

$3,45 \text{ км}$ — это 3450 м . После прибавления 780 м ответ будет немного больше 4 км .

1. Переводим километры в метры

$$3,45 \cdot 1000 = 3450$$

В одном километре 1000 метров.

2. Складываем однородные величины

$$3450 + 780 = 4230$$

Обе величины теперь выражены в метрах.

Проверка. $4230 \text{ м} = 4,23 \text{ км}$; это действительно немного больше 4 км .

Типичная ошибка. Сложить $3,45$ и 780 как обычные числа без перевода единиц.

Ответ. 4230 м ; в краткий ответ переносится **4230**.

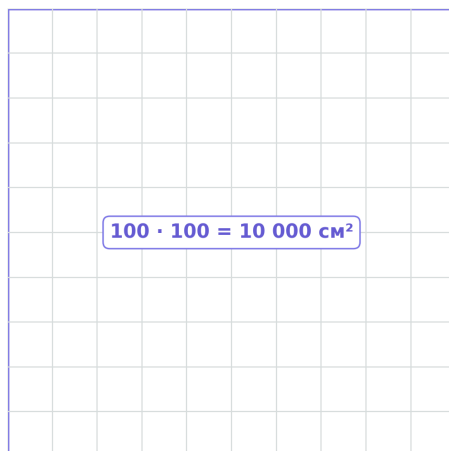
$$4230$$

Разбор 2. Перевод площади

Уровень: База.

Условие

Переведите $0,42 \text{ м}^2$ в квадратные сантиметры.



Квадрат со стороной 100 см содержит 10 000 квадратных сантиметров.

Короткое правило.

Для площади коэффициент перевода длины возводится в квадрат.

До вычислений.

Один квадратный метр содержит не 100, а 10 000 квадратных сантиметров.

1. Записываем линейный перевод

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

Каждая сторона квадратного метра имеет длину 100 см.

2. Возводим коэффициент в квадрат

$$1 \text{ м}^2 = 100^2 \text{ см}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$$

Площадь учитывает две длины: ширину и высоту.

3. Переводим заданную площадь

$$0,42 \cdot 10\,000 = 4200$$

Умножаем число квадратных метров на количество квадратных сантиметров в одном квадратном метре.

Проверка. $0,42 \text{ м}^2$ меньше 1 м^2 , поэтому ответ должен быть меньше $10\,000 \text{ см}^2$.

Типичная ошибка. Умножить $0,42$ только на 100 и получить 42 см^2 .

Ответ. 4200 см^2 .

$$4200$$

Разбор 3. Кубические метры, литры и число ёмкостей

Уровень: Основной.

Условие

В резервуаре $0,06 \text{ м}^3$ воды. Сколько бутылок объёмом $1,5 \text{ л}$ можно наполнить полностью?

Короткое правило.

Один кубический метр равен 1000 литров. После перевода объёмы можно делить.

**До вычислений.**

0,06 м³ — это десятки литров. Бутылок должно быть несколько десятков.

1. Переводим кубические метры в литры

$$0,06 \cdot 1000 = 60$$

В одном кубическом метре 1000 литров.

2. Делим общий объём на объём бутылки

$$60 : 1,5 = 40$$

Частное показывает, сколько одинаковых бутылок содержится в общем объёме.

Проверка. $40 \cdot 1,5 = 60$ л; весь объём использован без остатка.

Типичная ошибка. Считать 0,06 л и получить ответ меньше одной бутылки.

Ответ. 40 бутылок.

40

Разбор 4. Часы и минуты в задаче на движение

Уровень: Основной.

Условие

Автомобиль ехал 1 час 45 минут со скоростью 64 км/ч. Найдите расстояние.

Короткое правило.

Час содержит 60 минут. Запись 1 час 45 минут равна 1,75 часа, а не 1,45 часа.

До вычислений.

За один час автомобиль проедет 64 км; за 45 минут — ещё три четверти часа. Ответ должен быть больше 100 км.

1. Переводим минуты в долю часа

$$45 \text{ мин} = \frac{45}{60} \text{ ч} = \frac{3}{4} \text{ ч}$$

Скорость дана в километрах в час.

2. Находим полное время

$$1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4} \text{ ч} = 1,75 \text{ ч}$$

Складываем один полный час и три четверти часа.

3. Вычисляем расстояние

$$s = 64 \cdot \frac{7}{4} = 16 \cdot 7 = 112$$

Используем формулу $s = vt$ и сокращаем 64 на 4.



Проверка. За 45 минут автомобиль проходит 48 км; $64 + 48 = 112$ км.

Типичная ошибка. Записать время как 1,45 часа и получить заниженное расстояние.

Ответ. 112 км.

112

Разбор 5. Масштаб карты

Уровень: Основной.

Условие

Масштаб карты 1:250 000. Расстояние между городами на карте равно 7,6 см. Найдите реальное расстояние в километрах.

Короткое правило.

Масштаб 1:n означает: 1 см на карте соответствует n сантиметрам на местности.

До вычислений.

250 000 см = 2,5 км. Значит, 7,6 см должны соответствовать примерно 19 км.

1. Находим расстояние в сантиметрах

$$7,6 \cdot 250\,000 = 1\,900\,000$$

Каждый сантиметр карты увеличивается в 250 000 раз.

2. Переводим сантиметры в километры

$$1\,900\,000 : 100\,000 = 19$$

В одном километре 100 000 сантиметров.

Проверка. $7,6 \cdot 2,5$ км = 19 км — тот же результат более коротким способом.

Типичная ошибка. Сразу разделить 7,6 на 250 000, перепутав карту и реальность.

Ответ. 19 км.

19

Разбор 6. Округление по смыслу

Уровень: Экзамен.

Условие

На экскурсию едут 100 учеников. В автобусе 32 места. Какое наименьшее число автобусов нужно заказать?

Короткое правило.

Если требуется вместить всех людей, результат деления округляют вверх, даже когда дробная часть меньше 0,5.

До вычислений.

Три автобуса дают 96 мест. Уже до деления видно, что нужен ещё один автобус.



1. Находим расчётное число автобусов

$$100 : 32 = 3,125$$

Делим число учеников на вместимость одного автобуса.

2. Проверяем целые варианты

$$32 \cdot 3 = 96 < 100, \quad 32 \cdot 4 = 128 \geq 100$$

Трёх автобусов не хватает, четырёх достаточно.

Проверка. Условие требует наименьшее достаточное число: это 4, а не любое большее число.

Типичная ошибка. Округлить 3,125 до 3 по обычному правилу ближайшего целого.

Ответ. 4 автобуса.

4

Разбор 7. Многошаговый расчёт материалов

Уровень: Экзамен.

Условие

Комната имеет размеры 5 м × 4 м и высоту 2,8 м. Площадь двери и окон вместе равна 5,2 м². Стены красят в два слоя. Одного литра хватает на 8 м² одного слоя, краска продаётся в банках по 2,5 л. Сколько банок нужно купить?

Короткое правило.

В длинной практической задаче после каждой строки подписываем смысл величины: периметр → площадь стен → площадь окраски → литры → банки.

До вычислений.

Площадь стен около 50 м². Два слоя требуют около 100 м² покрытия, то есть немного больше 12 литров или около пяти банок.

1. Находим периметр комнаты

$$P = 2(5 + 4) = 18$$

Четыре стены образуют две пары равных сторон.

2. Находим площадь стен без вычетов

$$18 \cdot 2,8 = 50,4$$

Развёртка стен — прямоугольник длиной в периметр и высотой 2,8 м.

3. Вычитаем дверь и окна

$$50,4 - 5,2 = 45,2$$

Эти участки красить не требуется.

4. Учитываем два слоя и расход

$$\frac{45,2 \cdot 2}{8} = 11,3$$

Общая площадь покрытия равна 90,4 м²; делим её на 8 м² на литр.



5. Переходим от литров к банкам

$$11,3 : 2,5 = 4,52 \Rightarrow 5$$

Часть банки купить нельзя, а краски должно хватить.

Проверка. 4 банки содержат 10 л — мало; 5 банок содержат 12,5 л — достаточно.

Типичная ошибка. Забыть второй слой или округлить 4,52 банки до 5 без проверки достаточности.

Ответ. 5 банок.

5

Основные формулы

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}, \quad 1 \text{ м}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ л}$$

$$\text{масштаб } 1:n \Rightarrow L_{\text{реал}} = L_{\text{карта}} \cdot n$$

Вопросы по теме

Почему площадь переводят с квадратом коэффициента?

Площадь учитывает две длины. При замене метра на 100 сантиметров меняются обе стороны единичного квадрата: $100 \cdot 100 = 10\,000$.

Когда округлять вверх, а когда вниз?

Вверх — когда целых упаковок или мест должно хватить. Вниз — когда считают число целых изделий, которые можно получить из ограниченного запаса. Проверяйте соседние целые варианты.

Практика по теме

Проверьте понимание правил на отдельной странице: [40 заданий с ответами и решениями](#). Начните с первого уровня; к следующему переходите, когда можете объяснить каждый шаг.