



Урок 37. Среднее и медиана

Часть 1. Материалы ученика

Основы исследовательской деятельности · 7–8 классы

Урок 37 из 64 · 45 минут · Модуль «Обработка данных»

Уровень: начинающий исследователь. Описываем данные и проверяем расчёты по полной серии.

Программа: <https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

Четыре значения около 7, одно — 32. Среднее стало 12, но ни один обычный результат не похож на 12. Сравним два способа описать центр и сохраним неудобное наблюдение до проверки.

Результат урока: Правильно вычислить среднее и медиану для нечётной и чётной серий; объяснить влияние крайнего значения без произвольного удаления данных.

01. Проблемная ситуация

0–5 минут. Учебные времена выполнения простого задания: 6, 7, 7, 8, 32 с. За минуту найдите сумму и среднее. В паре обсудите, похоже ли 12 с на большинство наблюдений. Выберите середину упорядоченной серии и сформулируйте, какой новый показатель нужен.

02. Понятия и разобранный пример

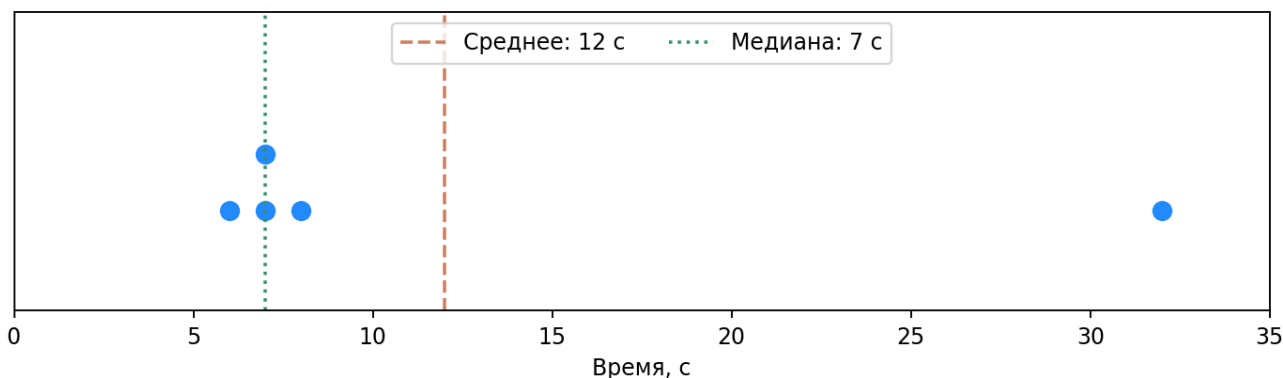
5–14 минут: 4 минуты на понятия, 3 на разобранный пример, 2 на объяснение способа партнёру.

Среднее арифметическое — сумма количественных значений, делённая на их число: $\bar{x} = (x_1 + \dots + x_n) / n$. Оно учитывает величину каждого наблюдения. Поэтому изменение одного крайнего числа может заметно изменить среднее всей серии. Единица среднего та же, что у исходной величины.

Медиану находят после упорядочивания значений. При нечётном n берут центральное значение. При чётном n берут среднее двух центральных значений. Нельзя просто выбрать средний элемент неотсортированного списка или среднее минимума и максимума. Для количественной серии с $n = 4$ середина — между позициями 2 и 3.

Медиана менее чувствительна к величине отдельного крайнего наблюдения, но не описывает всю серию. Выбор показателя зависит от вопроса: среднее полезно для общей суммы на одно испытание, медиана — для описания центрального значения по порядку. Необычное число не становится ошибкой из-за отличия от медианы. Показывайте полные данные, n и основание выбора.

Разбор: 6, 7, 7, 8, 32 с. Сумма 60 с, $n = 5$, среднее 12 с. Третье число упорядоченного ряда — 7 с, это медиана. Сценарий без последнего значения: 6, 7, 7, 8 с; сумма 28, среднее 7 с, медиана $(7 + 7) / 2 = 7$ с. Разница показывает чувствительность среднего, но не разрешает удалить 32. Для такого решения нужно проверить первичную запись и условия.



Точки учебной серии 6, 7, 7, 8, 32 с: среднее 12 с, медиана 7 с. Два совпавших значения 7 показаны на разных высотах; вертикальная позиция не отдельная измеренная величина.



03. Практика 1. Проверяем материал

Две учебные серии времени одной задачи в секундах. Б отличается от А одним наблюдением; причина изменения не дана. Рассматривайте Б как отдельный учебный сценарий, а не как исправление А.

Серия	Данные и задача
А	6; 7; 7; 8; 32 с. Найдите n , сумму, среднее, медиану.
Б	6; 7; 7; 8; 52 с. Найдите те же показатели.
Сравнение	Как изменились среднее и медиана после замены 32 на 52?
Правило отчёта	Укажите оба показателя, полную серию и то, что причина крайнего наблюдения неизвестна.

14–25 минут. 2 минуты — упорядочьте серии и отметьте центральные позиции. 4 — рассчитайте показатели с единицами. 3 — объясните изменение по разности сумм и числу наблюдений. 2 — взаимно проверьте отчёт. Критерии: правильные средние, медианы, объяснение изменения на 4 с, отсутствие самовольного удаления — по баллу.

04. Практика 2. Перенос способа

25–33 минуты. Новая серия масс бумажных образцов дана не по порядку: 10, 3, 4, 7 г. За 2 минуты упорядочьте её. За 3 найдите среднее и медиану. За 1 проверьте неверный ответ ученика: «медиана = $(10 + 7) / 2 = 8,5$ г, потому что это края списка». За 2 запишите правило для чётного n и объясните, почему среднее и медиана не обязаны совпадать.

05. Обсуждение и границы вывода

33–40 минут. Для расчёта общего времени пяти одинаково учитываемых операций важна сумма; для ответа «где середина наблюдаемой серии» важен порядок. Какой показатель использовать в каждом вопросе? Обсудите риск сообщить только медиану 7 с и скрыть 32 с. Составьте двухстрочный отчёт, который ничего не прячет.

06. Индивидуальная проверка

40–45 минут. Данные: 2, 2, 3, 13 мин. Найдите среднее и медиану. Затем рассмотрите отдельно учебный сценарий замены 13 на 5 и найдите новые показатели. Объясните, что изменилось и почему это не разрешение исправлять исходное наблюдение. Критерии: исходные два показателя, новые два, объяснение устойчивости медианы, сохранение исходника.



Часть 2. Ответы и материалы учителя

Практика 1: разбор и критерии

А: $n = 5$, сумма 60 с, среднее 12 с, медиана 7 с. Б: $n = 5$, сумма 80 с, среднее 16 с, медиана 7 с. Одно значение увеличено на 20 с, поэтому среднее увеличилось на $20/5 = 4$ с. Центральная третья позиция осталась 7. Запись «32 — ошибка» без подтверждения недопустима; оно может отражать другую процедуру или действительный долгий случай. Максимум 4 балла по четырём критериям.

Практика 2: разбор и критерии

Упорядоченный ряд 3, 4, 7, 10 г. Сумма 24 г, среднее 6 г. Медиана $(4 + 7) / 2 = 5,5$ г. В ответе 8,5 взяты крайние позиции неупорядоченного списка вместо двух центральных позиций упорядоченного. Различие среднего и медианы допустимо: они определяются разными способами. Критерии: сортировка, среднее, медиана, объяснение позиции — максимум 4 балла.

Обсуждение: возможный вывод

Среднее 12 с позволяет восстановить сумму пяти значений: $12 \times 5 = 60$ с. Медиана 7 с показывает центральную позицию, но не сумму и не крайнее время. Отчёт: «Учебная серия 6, 7, 7, 8, 32 с; $n = 5$, среднее 12 с, медиана 7 с. Крайнее 32 с требует проверки условий; до неё наблюдение сохранено». Выбор показателя обосновывают вопросом, а не удобством числа.

Индивидуальная проверка: ответ и критерии

Исходно сумма 20 мин, среднее 5 мин, медиана $(2 + 3) / 2 = 2,5$ мин. В отдельном сценарии 2, 2, 3, 5 сумма 12 мин, среднее 3 мин, медиана по-прежнему 2,5 мин. Снижение суммы на 8 мин уменьшило среднее на $8/4 = 2$ мин; центральные позиции не изменились. Заменять 13 на 5 в реальном журнале без основания нельзя. По одному баллу за четыре критерия, максимум 4.

Учителю: подготовка и план на 45 минут

Подготовьте распечатку ученической части PDF либо экран, бумагу, ручки и простой калькулятор. Все документы, карточки, реплики и числовые серии даны в уроке. Реальные опыты, интервью и регистрация детей не нужны. Предпосылки: различать наблюдение и вывод, читать таблицу, находить среднее и процент. При необходимости напомните: среднее — сумма значений, делённая на их число.

7 класс: работайте по предложенным полям ответа, сначала объясняйте один выбор. 8 класс: дополнительно проверяйте альтернативу, независимость источников и границы числового вывода. В уроках 28–32 продолжается учебный проект бумажного чехла; в 33–37 его серии используются для обработки данных. Все исходные данные приведены. Интервалы включают чтение и запись; ответы открываются после самостоятельной попытки. Матрица программы относится к подготовке учителя, не к дополнительным минутам урока.

Минуты	Работа	Результат
0–5	Проблема	Вопрос и первое решение
5–14	Понятия и пример	Способ проверки
14–25	Практика 1	Карточка или таблица
25–33	Практика 2	Перенос способа
33–40	Обсуждение	Аргумент и ограничение
40–45	Индивидуальная проверка	Ответ по четырём критериям



07. Соответствие исходной программе

Пункт программы	Действие ученика	Проверяемый результат
Среднее арифметическое; отклонение от медианы	Сравнить два показателя центра на полной серии	Среднее и медиана рассчитаны по правилам
Описательные статистики; представление анализа	Обосновать показатель и сохранить крайнее наблюдение	Нет скрытого удаления и потери единиц

Источники и права на изображения

Исходная программа курса

<https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

NIST/SEMATECH. Measures of Location — среднее и медиана

<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda351.htm>

Учебные протоколы, условные авторы, реплики и числовые серии созданы для обучения. Они не выдаются за реально проведённые опыты. Реальные справочные материалы NIST, ORI и JCGM/BIPM явно названы; их сведения не смешиваются с условными карточками. Иллюстрация создана для этого урока портала «Школы России», сторонние фотографии не используются. Внешние источники поддерживают понятия, но не являются источником учебных чисел. Проверка источников: 16.10.2026.