

Урок 6. Ответы и решения

Условия, ответы и пошаговые решения всех 40 заданий.

01. Начальный уровень - задания 1-20

Задание 1. Начальный. Линейное уравнение

Решите уравнение.

$$3x + 5 = 20$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Ответ: $x = 5$

Задание 2. Начальный. Отрицательный коэффициент

Решите уравнение.

$$7 - 2x = 15$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

Ответ: $x = -4$

Задание 3. Начальный. Раскрытие скобки

Решите уравнение.

$$4(x - 2) = 12$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

Ответ: $x = 5$

Задание 4. Начальный. Дробный коэффициент

Решите уравнение.

$$\frac{x}{5} + 2 = 6$$

$$\frac{x}{5} = 4$$

$$x = 20$$

Ответ: $x = 20$

Задание 5. Начальный. Линейная дробь

Решите уравнение.

$$\frac{x - 3}{4} = 2$$

$$x - 3 = 8$$

$$x = 11$$

Ответ: $x = 11$

Задание 6. Начальный. Квадрат равен числу

Решите уравнение.

$$x^2 = 49$$

Квадрат числа равен 49 у двух противоположных чисел.

$$x = 7 \text{ или } x = -7$$

Ответ: $x = \pm 7$

Задание 7. Начальный. Разность квадратов

Решите уравнение.

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Ответ: $x = \pm 3$

Задание 8. Начальный. Общий множитель

Решите уравнение.

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = 5$$

Ответ: $x \in \{0; 5\}$

Задание 9. Начальный. Квадратный трёхчлен

Решите уравнение разложением на множители.

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 3)(x - 4) = 0$$

$$x = 3 \text{ или } x = 4$$

Ответ: $x \in \{3; 4\}$

Задание 10. Начальный. Квадратный трёхчлен

Решите уравнение.

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x + 1)(x + 5) = 0$$

$$x = -1 \text{ или } x = -5$$

Ответ: $x \in \{-5; -1\}$

Задание 11. Начальный. Знаменатель и ОДЗ

Решите уравнение. Сначала запишите ограничение.

$$\frac{1}{x - 2} = \frac{1}{3}$$

$$x \neq 2$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

Ответ: $x = 5$

Задание 12. Начальный. Одна рациональная дробь

Решите уравнение.

$$\frac{x+1}{x-3} = 2$$

$$x \neq 3$$

$$x+1 = 2x-6$$

$$x = 7$$

Ответ: $x = 7$

Задание 13. Начальный. Простейший квадратный корень

Решите уравнение.

$$\sqrt{x} = 5$$

$$x = 25$$

Проверка: $\sqrt{25} = 5$.

Ответ: $x = 25$

Задание 14. Начальный. Сдвиг под корнем

Решите уравнение.

$$\sqrt{x+4} = 3$$

$$x+4 = 9$$

$$x = 5$$

Ответ: $x = 5$

Задание 15. Начальный. Линейное выражение под корнем

Решите уравнение.

$$\sqrt{2x - 1} = 3$$

$$2x - 1 = 9$$

$$x = 5$$

Проверка: $\sqrt{9} = 3$.

Ответ: $x = 5$

Задание 16. Начальный. Проверка корня

Проверьте, является ли число 4 корнем уравнения. В ответе запишите 1, если является, и 0, если нет.

$$\sqrt{x} + 2 = 4$$

$$\sqrt{4} + 2 = 2 + 2 = 4$$

Равенство верно, поэтому число 4 является корнем.

Ответ: 1

Задание 17. Начальный. Область допустимых значений

Какое значение x запрещено?

$$\frac{1}{x + 6}$$

$$x + 6 \neq 0$$

$$x \neq -6$$

Ответ: $x = -6$

Задание 18. Начальный. Логика решения

Закончите фразу: после возведения обеих частей уравнения в квадрат найденные значения нужно обязательно ...

Возведение в квадрат может добавить посторонние корни, поэтому нужна проверка в исходной записи.

Ответ: проверить в исходном уравнении

Задание 19. Начальный. Логарифм

Вычислите.

$$\log_2 32$$

$$2^5 = 32$$

$$\log_2 32 = 5$$

Ответ: 5**Задание 20. Начальный. Табличное значение**

Вычислите.

$$\sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$ **02. Средний уровень - задания 21-35****Задание 21. Средний. Квадратное уравнение**

Решите уравнение.

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

Ответ: $x = \pm 2$

Задание 22. Средний. Разложение на множители

Решите уравнение.

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -4 \text{ или } x = 3$$

Ответ: $x \in \{-4; 3\}$ **Задание 23. Средний. Рациональное уравнение**

Решите уравнение.

$$\frac{2x - 1}{x + 2} = 1$$

$$x \neq -2$$

$$2x - 1 = x + 2$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$ **Задание 24. Средний. Две рациональные дроби**

Решите уравнение.

$$\frac{1}{x - 1} + \frac{1}{x + 1} = 1$$

$$x \neq \pm 1$$

$$\frac{2x}{x^2 - 1} = 1$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{2}$$

Ответ: $x = 1 \pm \sqrt{2}$

Задание 25. Средний. Рациональная дробь

Решите уравнение.

$$\frac{x+3}{x-2} = 4$$

$$x \neq 2$$

$$x+3 = 4x-8$$

$$3x = 11$$

$$x = \frac{11}{3}$$

Ответ: $x = \frac{11}{3}$ **Задание 26. Средний. Ноль рациональной дроби**

Решите уравнение.

$$\frac{x^2-9}{x-3} = 0$$

$$x \neq 3$$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = 0$$

$$x = -3$$

Ответ: $x = -3$ **Задание 27. Средний. Отбор после квадрата**

Решите уравнение.

$$\sqrt{x+1} = x-1$$

$$x \geq 1$$

$$x+1 = (x-1)^2$$

$$x(x-3) = 0$$

Кандидаты 0 и 3. По ограничению и проверке подходит только 3.

Ответ: $x = 3$

Задание 28. Средний. Иррациональное уравнение

Решите уравнение.

$$\sqrt{2x+3} = x$$

$$x \geq 0$$

$$2x+3 = x^2$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

Кандидат -1 не подходит; $x = 3$.

Ответ: $x = 3$

Задание 29. Средний. Иррациональное уравнение

Решите уравнение.

$$\sqrt{x+6} = x$$

$$x \geq 0$$

$$x+6 = x^2$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

Подходит только 3.

Ответ: $x = 3$

Задание 30. Средний. Простейший корень

Решите уравнение.

$$\sqrt{x-2} = 4$$

$$x-2 = 16$$

$$x = 18$$

Ответ: $x = 18$

Задание 31. Средний. Два допустимых корня

Решите уравнение и проверьте оба корня.

$$\sqrt{3x - 2} = x$$

$$x \geq \frac{2}{3}$$

$$3x - 2 = x^2$$

$$(x - 1)(x - 2) = 0$$

Подстановка подтверждает оба значения.

Ответ: $x \in \{1; 2\}$

Задание 32. Средний. Модуль как расстояние

Решите уравнение.

$$|x - 3| = 5$$

$$x - 3 = 5 \text{ или } x - 3 = -5$$

$$x = 8 \text{ или } x = -2$$

Ответ: $x \in \{-2; 8\}$

Задание 33. Средний. Алгебраическая дробь

Упростите выражение при $a \neq 3$.

$$\frac{a^2 - 9}{a - 3}$$

$$a^2 - 9 = (a - 3)(a + 3)$$

$$\frac{(a - 3)(a + 3)}{a - 3} = a + 3$$

Ответ: $a + 3$

Задание 34. Средний. Десятичный логарифм

Вычислите.

$$\log_{10} 0,001$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$\log_{10} 0,001 = -3$$

Ответ: -3 **Задание 35. Средний. Знак косинуса**

Вычислите.

$$\cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

$$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $-\frac{1}{2}$ **03. Сложный уровень - задания 36-40****Задание 36. Повышенный. Противоречие после ОДЗ**

Решите уравнение.

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x+5}{x+2}$$

$$x \neq -2$$

$$x-1 = x+5$$

$$-1 = 5$$

Получили противоречие, значит корней нет.

Ответ: корней нет

Задание 37. Повышенный. Отбор по знаку

Решите уравнение.

$$\sqrt{x+2} = 4 - x$$

$$x \geq -2, \quad x \leq 4$$

$$x + 2 = (4 - x)^2$$

$$(x - 2)(x - 7) = 0$$

Кандидат 7 нарушает условие $x \leq 4$; подходит 2.

Ответ: $x = 2$

Задание 38. Повышенный. Рациональное уравнение

Решите уравнение.

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$$

$$x \neq \pm 2$$

$$\frac{4}{x^2 - 4} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \pm 2\sqrt{5}$$

Ответ: $x = \pm 2\sqrt{5}$

Задание 39. Повышенный. Иррациональный корень

Решите уравнение.

$$\sqrt{x+5} = x + 1$$

$$x \geq -1$$

$$x + 5 = (x + 1)^2$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Ограничению соответствует только корень с плюсом.

Ответ: $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$

Задание 40. Повышенный. Проверка кандидатов

Решите уравнение.

$$\sqrt{2x + 3} = x + 1$$

$$x \geq -1$$

$$2x + 3 = (x + 1)^2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

Значение $-\sqrt{2}$ меньше -1 и не подходит; остаётся $\sqrt{2}$.

Ответ: $x = \sqrt{2}$