

## Урок 10. Ответы и решения

Условия, ответы и пошаговые решения всех 40 заданий.

В общих тригонометрических решениях параметр  $n \in \mathbb{Z}$ , то есть принимает все целые значения. Углы записываются в радианах.

### 01. Начальный уровень - задания 1-20

#### Задание 1

Найдите значение функции при  $x = 3$ .

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

**Ответ:**  $f(3) = 7$

#### Задание 2

Найдите значение функции при  $x = -2$ .

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

**Ответ:**  $f(-2) = 0$

#### Задание 3

Найдите значение функции при  $x = 7$ .

$$f(x) = 5 - x$$

$$f(7) = 5 - 7 = -2$$

**Ответ:**  $f(7) = -2$

### Задание 4

Запишите область определения функции.

$$y = \frac{1}{x-3}$$

$$x-3 \neq 0$$

$$x \neq 3$$

**Ответ:**  $x \neq 3$

### Задание 5

Запишите область определения функции.

$$y = \sqrt{x+2}$$

$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

**Ответ:**  $x \in [-2; +\infty)$

### Задание 6

Найдите нуль функции.

$$y = 3x - 6$$

$$3x - 6 = 0$$

$$x = 2$$

**Ответ:**  $x = 2$

### Задание 7

Найдите нули функции.

$$y = x^2 - 9$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x = \pm 3$$

**Ответ:**  $x = \pm 3$

### Задание 8

При каких  $x$  функция положительна?

$$y = x - 4$$

$$x - 4 > 0$$

$$x > 4$$

**Ответ:**  $x > 4$

### Задание 9

Назовите коэффициент наклона прямой.

$$y = 2x - 1$$

Коэффициент при  $x$  равен 2.

**Ответ:** 2

### Задание 10

Функция  $y = 3 - x$  возрастает или убывает?

Коэффициент при  $x$  равен  $-1 < 0$ , поэтому прямая убывает.

**Ответ:** убывает

### Задание 11

Как называется график функции  $y = x^2$ ?

График квадратичной функции  $y = x^2$  - парабола с ветвями вверх.

**Ответ:** парабола

### Задание 12

Какую форму имеет график функции  $y = |x|$ ?

Две прямые  $y = x$  при  $x \geq 0$  и  $y = -x$  при  $x < 0$  образуют V-образный график.

**Ответ:** V-образную

### Задание 13

Куда сдвинут график  $y = x^2$ ?

$$y = (x - 2)^2$$

Выражение  $x - 2$  обращается в ноль при  $x = 2$ , поэтому вершина сместилась вправо.

**Ответ:** вправо на 2

### Задание 14

Куда сдвинут график  $y = x^2$ ?

$$y = x^2 + 3$$

Число +3 прибавляется ко всем значениям функции, поэтому график поднимается на 3.

**Ответ: вверх на 3**

### Задание 15

Принадлежит ли точка  $A(2; 5)$  графику? Запишите 1, если принадлежит, и 0, если нет.

$$y = 2x + 1$$

$$2 \cdot 2 + 1 = 5$$

Координаты удовлетворяют формуле.

**Ответ: 1**

### Задание 16

Заполните значения  $y$  для  $x = -1, 0, 1$ .

$$y = x + 2$$

$$f(-1) = 1, \quad f(0) = 2, \quad f(1) = 3$$

**Ответ: 1; 2; 3**

**Задание 17**

По графику найдите  $f(2)$ .

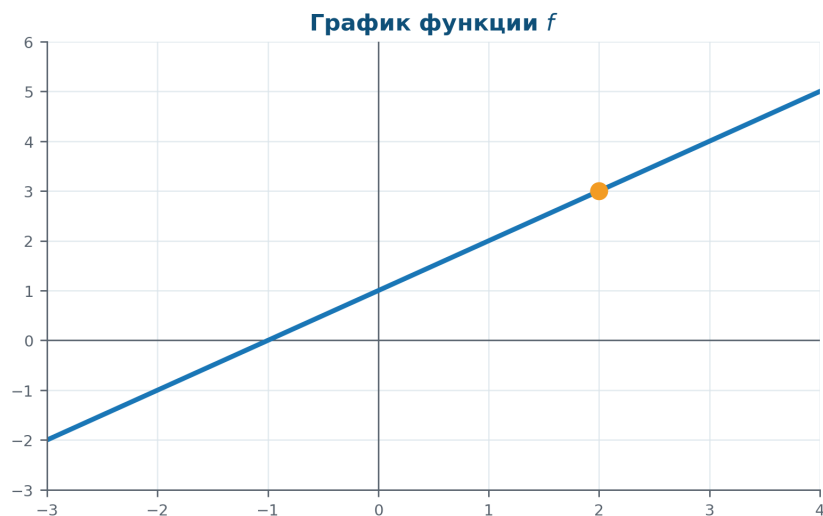


Рис. 1: Рисунок к заданию.

От  $x = 2$  поднимаемся до графика и читаем вертикальную координату  $y = 3$ .

**Ответ: 3**

**Повторение: уравнения и неравенства**

**Задание 18**

Решите неравенство.

$$x^2 - 9 < 0$$

$$(x - 3)(x + 3) < 0$$

$$-3 < x < 3$$

**Ответ:**  $x \in (-3; 3)$

**Задание 19**

Решите уравнение.

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

**Ответ:**  $x = \pi n$

**Задание 20**

Решите уравнение.

$$\log_2(x - 1) = 3$$

$$x > 1$$

$$x - 1 = 8$$

$$x = 9$$

**Ответ:**  $x = 9$

**02. Средний уровень - задания 21-35****Задание 21**

Найдите нуль функции.

$$y = -2x + 6$$

$$-2x + 6 = 0$$

$$x = 3$$

**Ответ:**  $x = 3$

**Задание 22**

Прямая проходит через точки (0; 2) и (2; 6). Найдите коэффициент наклона.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$k = \frac{6 - 2}{2 - 0} = 2$$

**Ответ:**  $k = 2$

**Задание 23**

Найдите координаты вершины параболы.

$$y = (x - 3)^2 + 1$$

Квадрат обращается в ноль при  $x = 3$ , тогда  $y = 1$ .

**Ответ:** (3; 1)

**Задание 24**

Найдите наименьшее значение функции и значение  $x$ , при котором оно достигается.

$$y = (x + 1)^2 - 4$$

Квадрат неотрицателен и минимален при  $x + 1 = 0$ .

$$x = -1, \quad y_{\min} = -4$$

**Ответ:**  $-4$  при  $x = -1$

**Задание 25**

Найдите область определения функции.

$$y = \sqrt{5 - x}$$

$$5 - x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

**Ответ:**  $x \in (-\infty; 5]$

**Задание 26**

Найдите область определения функции.

$$y = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$x^2 - 4 \neq 0$$

$$(x - 2)(x + 2) \neq 0$$

$$x \neq \pm 2$$

**Ответ:**  $x \neq -2, x \neq 2$

**Задание 27**

Найдите нули функции.

$$y = (x - 1)(x + 3)$$

$$(x - 1)(x + 3) = 0$$

$$x = 1 \text{ или } x = -3$$

**Ответ:**  $x \in \{-3; 1\}$

**Задание 28**

При каких  $x$  функция положительна?

$$y = (x - 1)(x + 3)$$

Корни  $-3$  и  $1$ . Произведение положительно вне корней.

$$x < -3 \text{ или } x > 1$$

**Ответ:**  $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

**Задание 29**

По графику укажите, где функция убывает и где возрастает.

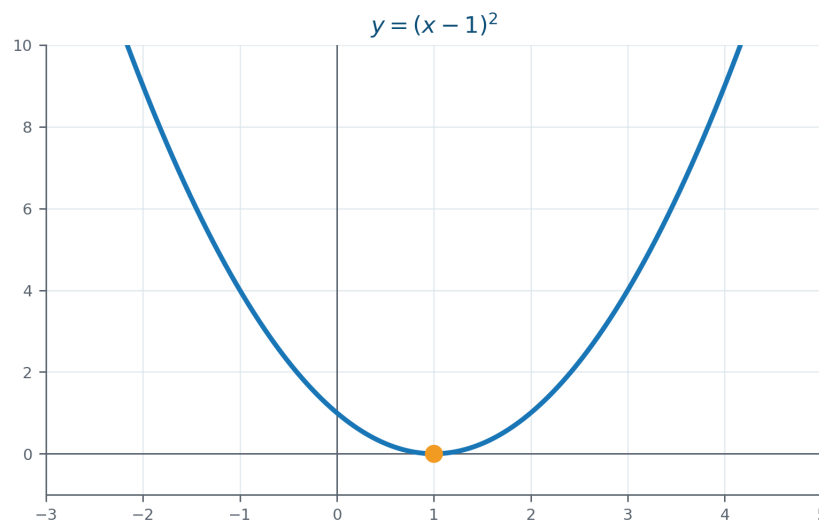


Рис. 2: Рисунок к заданию.

Вершина имеет абсциссу 1. Слева направо до вершины значения уменьшаются, после вершины увеличиваются.

**Ответ:** убывает при  $x < 1$ ; возрастает при  $x > 1$

**Задание 30**

Найдите координаты вершины графика.

$$y = |x + 2| - 1$$

Модуль равен нулю при  $x = -2$ ; тогда  $y = -1$ .

**Ответ:**  $(-2; -1)$

**Задание 31**

Прямая проходит через начало координат и точку (3; 6). Найдите её формулу.

$$y = kx$$

$$6 = 3k$$

$$k = 2$$

$$y = 2x$$

**Ответ:**  $y = 2x$

**Задание 32**

Найдите абсциссы точек пересечения графиков.

$$y = x^2, \quad y = 2x + 3$$

$$x^2 = 2x + 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x = -1 \text{ или } x = 3$$

**Ответ:**  $x \in \{-1; 3\}$

**Повторение: уравнения и неравенства**

**Задание 33**

Решите неравенство.

$$\frac{x + 2}{x - 4} \leq 0$$

$$x \neq 4$$

Ноль числителя  $-2$  включаем, ноль знаменателя  $4$  исключаем.

$$x \in [-2; 4)$$

**Ответ:**  $x \in [-2; 4)$

**Задание 34**

Решите уравнение на промежутке  $[0; 2\pi]$ .

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ или } x = \frac{5\pi}{3}$$

**Ответ:**  $x \in \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$

**Задание 35**

Решите уравнение.

$$2^{x+1} = 32$$

$$32 = 2^5$$

$$x + 1 = 5$$

$$x = 4$$

**Ответ:**  $x = 4$

**03. Сложный уровень - задания 36-40****Задание 36**

График функции проходит через точку  $(3; -2)$ . Найдите  $k$ .

$$y = kx + 4$$

$$-2 = 3k + 4$$

$$3k = -6$$

$$k = -2$$

**Ответ:**  $k = -2$

**Задание 37**

Найдите наименьшее значение функции.

$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

Квадрат минимален при  $x = 2$ , поэтому минимальное значение равно  $-1$ .

**Ответ:  $-1$**

**Задание 38**

Найдите точки пересечения графиков.

$$y = x^2, \quad y = x + 2$$

$$x^2 = x + 2$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -1 \text{ или } x = 2$$

$$y = 1 \text{ или } y = 4$$

**Ответ:  $(-1; 1)$  и  $(2; 4)$**

**Задание 39**

Найдите область определения функции.

$$y = \sqrt{\frac{x - 1}{x + 2}}$$

$$\frac{x - 1}{x + 2} \geq 0, \quad x \neq -2$$

Критические точки  $-2$  и  $1$ . Отношение неотрицательно на внешних интервалах.

$$x \in (-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$$

**Ответ:  $x \in (-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$**

**Задание 40**

По графику определите число решений уравнения  $x^2 = 2$ .



Рис. 3: Рисунок к заданию.

Горизонтальная прямая  $y = 2$  пересекает параболу  $y = x^2$  в двух точках.

$$x = \pm\sqrt{2}$$

**Ответ: 2**