



Практикум: первая часть и неравенства

Ответы и пошаговые решения

Базовая тренировка: задания 1-12

Задание 1

Тренировка. Площадь трапеции

Основания трапеции равны 12 и 19, высота равна 5. Найдите площадь трапеции по рисунку.



Рисунок к заданию.

Решение

$$1. S = \frac{(12 + 19) \cdot 5}{2} = 77,5.$$

ОТВЕТ: 77,5

Задание 2

Тренировка. Векторы

Даны $\vec{a} = (3; -2)$ и $\vec{b} = (-1; 7)$. Найдите сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$.

Решение

$$1. \vec{a} + \vec{b} = (2; 5).$$

2. Сумма координат равна 7.

ОТВЕТ: 7



Задание 3

Тренировка. Объём тела

Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 5, 4 и 9. Найдите его объём.

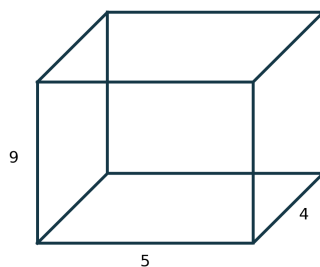


Рисунок к заданию.

Решение

1. $V = 5 \cdot 4 \cdot 9 = 180$.

ОТВЕТ: 180

Задание 4

Тренировка. Вероятность

Из колоды в 36 карт вытягивают одну карту. Найдите вероятность получить туза.

Решение

1. Тузов 4, поэтому $P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

ОТВЕТ: $\frac{1}{9}$

Задание 5

Повторение. Вероятность

Вероятности опоздания двух независимых поездов равны 0,1 и 0,2. Найдите вероятность, что ни один не опоздает.

Решение

1. $P = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$.

ОТВЕТ: 0,72



Задание 6

Повторение. Уравнение

Решите уравнение $3^x = 81$.

Решение

1. $81 = 3^4$, поэтому $x = 4$.

ОТВЕТ: 4

Задание 7

Повторение. Модель и проверка

Вычислите $\sqrt{196} - \sqrt{36}$.

Решение

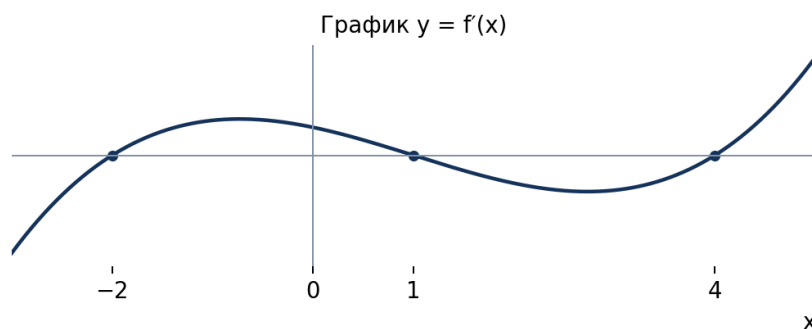
1. $14 - 6 = 8$.

ОТВЕТ: 8

Задание 8

Повторение. Знак производной

На рисунке изображён график производной функции; её нули имеют абсциссы -2, 1, 4. Сколько точек минимума имеет функция на показанном интервале?



Решение

1. Минимум функции возникает при переходе производной от отрицательных значений к положительным.
2. Такой переход происходит в точках с абсциссами -2 и 4.

ОТВЕТ: 2



Задание 9

Тренировка. Модель и проверка

Электрическая мощность вычисляется по формуле $P = UI$. Найдите P при $U = 220$ В и $I = 3$ А.

Решение

1. $P = 220 \cdot 3 = 660$ Вт.

ОТВЕТ: 660

Задание 10

Тренировка. Модель и проверка

Смешали 300 г 20%-го раствора и 200 г 50%-го раствора. Найдите процент вещества в смеси.

Решение

1. Вещества: $0,2 \cdot 300 + 0,5 \cdot 200 = 160$ г.

2. Концентрация: $\frac{160}{500} \cdot 100\% = 32\%$.

ОТВЕТ: 32

Задание 11

Тренировка. Линейная функция

На рисунке изображён график линейной функции, проходящей через точки $(0; 1)$ и $(1; 4)$. Найдите значение функции при $x = 6$.

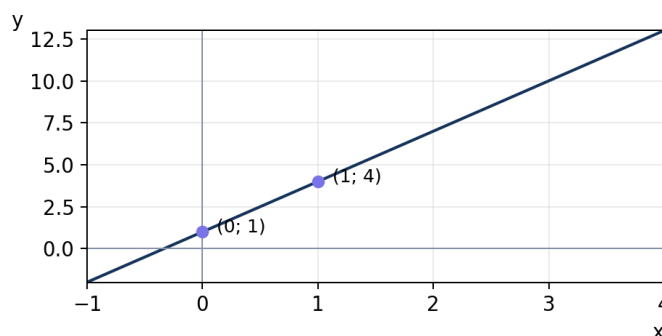


Рисунок к заданию.

Решение

1. По графику или по уравнению прямой $y = 3x + 1$ получаем $y(6) = 19$.

ОТВЕТ: 19



Задание 12

Тренировка. Модель и проверка

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 3x - 7$ на отрезке $[-2; 5]$.

Решение

1. Линейная функция возрастает.
2. $f(5) = 15 - 7 = 8$.

ОТВЕТ: 8

Подготовительные и экзаменационные задачи: задания 13–36

Задание 13

Тренировка. Неравенство и ОДЗ

Решите неравенство $\frac{(x-2)(x-9)}{x-5} \geq 0$.

Решение

1. Критические точки: 2, 5, 9; точка 5 не входит в ОДЗ.
2. Расставляем знаки множителей на четырёх промежутках. Кратности всех нулей нечётные, поэтому знак меняется в каждой критической точке.
3. Выбираем нужные промежутки и получаем $[2; 5) \cup [9; +\infty)$.

ОТВЕТ: $[2; 5) \cup [9; +\infty)$

Задание 14

Тренировка. Неравенство и ОДЗ

Решите неравенство $\log_3(x+1) - \log_3(x-2) \leq 1$.

Решение

1. ОДЗ: $x > 2$.
2. На ОДЗ получаем $\log_3 \frac{x+1}{x-2} \leq \log_3 3$.
3. Так как основание больше 1 и $x-2 > 0$, имеем $x+1 \leq 3x-6$.
4. Отсюда $x \geq \frac{7}{2}$; это условие входит в ОДЗ.

ОТВЕТ: $[\frac{7}{2}; +\infty)$



Задание 15

Тренировка. Прямоугольный треугольник

В прямоугольном треугольнике катеты равны 9 и 12. Найдите гипотенузу. Используйте рисунок.

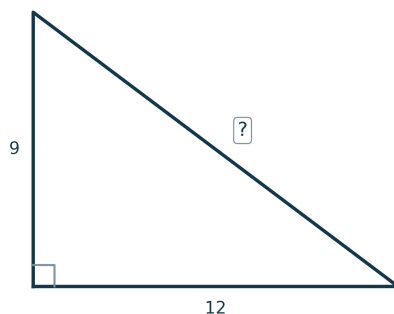


Рисунок к заданию.

Решение

1. По теореме Пифагора $c = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$.

ОТВЕТ: 15

Задание 16

Тренировка. Векторы

Даны векторы $\vec{a} = (5; 3)$ и $\vec{b} = (3; 4)$. Найдите их скалярное произведение.

Решение

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot 3 + (3) \cdot 4 = 27$.

ОТВЕТ: 27



Задание 17

Тренировка. Объём цилиндра

Радиус основания цилиндра равен 4, высота — 6. Найдите $\frac{V}{\pi}$.

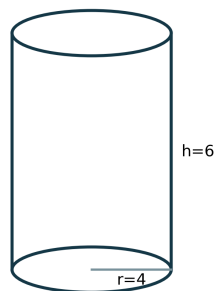


Рисунок к заданию.

Решение

1. $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 96\pi$, поэтому $\frac{V}{\pi} = 96$.

ОТВЕТ: 96

Задание 18

Тренировка. Векторы

Даны $\vec{a} = (8; 3)$ и $\vec{b} = (2; -1)$. Найдите сумму координат вектора $\vec{a} - \vec{b}$.

Решение

1. $\vec{a} - \vec{b} = (6; 4)$.

2. Сумма координат равна 10.

ОТВЕТ: 10

Задание 19

Формат егэ. Вероятность

Вероятности попадания двух независимых стрелков равны 0,4 и 0,7. Найдите вероятность хотя бы одного попадания.

Решение

1. Вероятность двух промахов: $(1 - 0,4)(1 - 0,7) = 0,18$.

2. Искомая вероятность: $1 - 0,18 = 0,82$.

ОТВЕТ: 0,82



Задание 20

Формат егэ. Вероятность

Из стандартной колоды в 52 карты вытягивают одну карту. Найдите вероятность получить короля.

Ответ округлите до сотых.

Решение

1. Королей 4, поэтому $P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

Округляем найденную вероятность до сотых: 0,08.

Ответ: 0,08

Задание 21

Формат егэ. Вероятность

Вероятности брака у двух независимо выбранных деталей равны 0,05 и 0,1. Найдите вероятность, что обе детали исправны.

Решение

1. $P = 0,95 \cdot 0,9 = 0,855$.

ОТВЕТ: 0,855

Задание 22

Формат егэ. Уравнение

Решите уравнение $2^{x+1} = 16$.

Решение

1. $16 = 2^4$, значит $x + 1 = 4$ и $x = 3$.

ОТВЕТ: 3

Задание 23

Формат егэ. Модель и проверка

Вычислите $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$.

Решение

1. $\sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$.

ОТВЕТ: 5



Задание 24

Формат егэ. Движение

Автомобиль ехал 3 ч со скоростью 85 км/ч и затем 2 ч со скоростью 40 км/ч. Найдите весь путь.

Решение

1. $S = 85 \cdot 3 + 40 \cdot 2 = 335$ км.

ОТВЕТ: 335

Задание 25

Формат егэ. Модель и проверка

Из формулы $P = UI$ найдите силу тока, если $P = 1100$ Вт и $U = 220$ В.

Решение

1. $I = \frac{P}{U} = \frac{1100}{220} = 5$ А.

ОТВЕТ: 5

Задание 26

Формат егэ. Модель и проверка

К 400 г сплава с 10% меди добавили 100 г сплава с 30% меди. Найдите процент меди в новом сплаве.

Решение

1. Меди: $40 + 30 = 70$ г.

2. Доля меди: $\frac{70}{500} \cdot 100\% = 14\%$.

ОТВЕТ: 14

Задание 27

Формат егэ. Неравенство и ОДЗ

Решите неравенство $\frac{(x-3)(x-10)}{x-6} \geq 0$.

Решение

1. Критические точки: 3, 6, 10; точка 6 не входит в ОДЗ.

2. Расставляем знаки множителей на четырёх промежутках. Кратности всех нулей нечётные, поэтому знак меняется в каждой критической точке.

3. Выбираем нужные промежутки и получаем $[3; 6) \cup [10; +\infty)$.

ОТВЕТ: $[3; 6) \cup [10; +\infty)$



Задание 28

Формат егэ. Модель и проверка

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -4x + 1$ на отрезке $[-3; 2]$.

Решение

1. Функция убывает, максимум достигается в левой границе.

2. $f(-3) = 13$.

ОТВЕТ: 13

Задание 29

Формат егэ. Площадь трапеции

Основания трапеции равны 14 и 23, высота равна 7. Найдите площадь трапеции по рисунку.

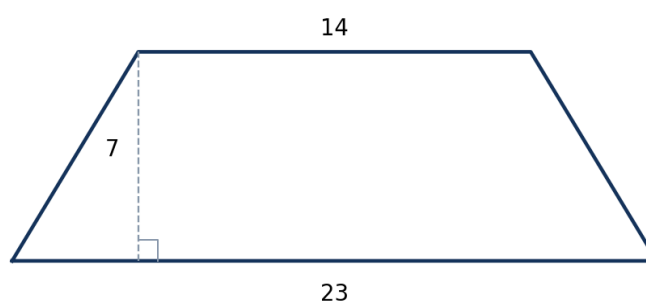


Рисунок к заданию.

Решение

1. $S = \frac{(14 + 23) \cdot 7}{2} = 129,5$.

ОТВЕТ: 129,5

Задание 30

Формат егэ. Векторы

Даны векторы $\vec{a} = (6; 4)$ и $\vec{b} = (3; 5)$. Найдите их скалярное произведение.

Решение

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 \cdot 3 + (4) \cdot 5 = 38$.

ОТВЕТ: 38



Задание 31

Формат егэ. Объём тела

Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 7, 5 и 10. Найдите его объём.

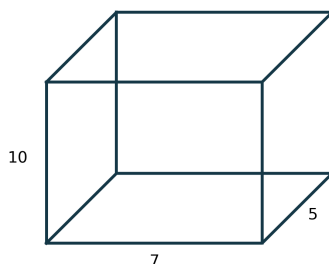


Рисунок к заданию.

Решение

1. $V = 7 \cdot 5 \cdot 10 = 350$.

ОТВЕТ: 350

Задание 32

Формат егэ. Вероятность

В коробке 4 красных и 6 синих шаров. Наугад выбирают один шар. Найдите вероятность выбрать красный шар.

Решение

1. Всего 10 равновозможных исходов, благоприятных — 4.

2. $P = \frac{4}{10} = 0,4$.

ОТВЕТ: 0,4

Задание 33

Формат егэ. Неравенство и ОДЗ

Решите неравенство $\frac{(x-0)(x-7)}{x-3} \leq 0$.

Решение

1. Критические точки: 0, 3, 7; точка 3 не входит в ОДЗ.

2. Расставляем знаки множителей на четырёх промежутках. Кратности всех нулей нечётные, поэтому знак меняется в каждой критической точке.

3. Выбираем нужные промежутки и получаем $(-\infty; 0] \cup (3; 7]$.

ОТВЕТ: $(-\infty; 0] \cup (3; 7]$



Задание 34

Формат егэ. Неравенство и ОДЗ

Решите неравенство $\log_2 (x - 2) \geq 3$.

Решение

1. ОДЗ: $x > 2$.
2. Так как основание 2 больше единицы, знак неравенства сохраняется: $x - 2 \geq 2^3$.
3. С учётом ОДЗ получаем $[10; +\infty)$.

ОТВЕТ: $[10; +\infty)$

Задание 35

Формат егэ. Уравнение

а) Решите уравнение $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$. **б) Найдите корни, принадлежащие отрезку** $[0; 1]$.

Решение

1. Положим $t = 3^x > 0$. Получаем $t^2 - 10t + 9 = 0$.
2. Корни квадратного уравнения: 1 и 9.
3. Поэтому $3^x = 1$ или $3^x = 9$, откуда $x = 0$ или $x = 2$.
4. На отрезке $[0; 1]$ лежит только $x = 0$.

Ответ: **а)** $x = 0; 2$; **б)** $x = 0$

Задание 36

Формат егэ. Уравнение

а) Решите уравнение $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$. **б) Найдите корни, принадлежащие отрезку** $[1; 3]$.

Решение

1. Положим $t = 3^x > 0$. Тогда $t^2 - 7t - 18 = 0$.
2. Корни равны 9 и -2; отрицательный корень не удовлетворяет условию $t > 0$.
3. Из $3^x = 9$ получаем $x = 2$.
4. Число 2 принадлежит отрезку $[1; 3]$.

Ответ: **а)** $x = 2$; **б)** $x = 2$



Повторение: задания 37–40

Задание 37

Повторение. Кредит и проценты

В июле банк выдал кредит в размере 1 000 тыс. рублей на 5 лет. Каждый январь долг увеличивается на некоторый процент, после чего одним платежом уменьшается так, чтобы к июлю каждого следующего года долг становился на одну и ту же величину меньше. Известно, что общая сумма выплат равна 1 600 тыс. рублей. Найдите процентную ставку.

Решение

1. При равномерном уменьшении долга сумма остатков перед начислением процентов равна 3000 тыс. рублей.
2. Сумма процентов: $1600 - 1000 = 600$ тыс. рублей.
3. Пусть ставка равна $p\%$. Тогда $\frac{p}{100} \cdot 3000 = 600$.
4. Отсюда $p = 20$.

ОТВЕТ: 20%

Задание 38

Повторение. Делимость

Всегда ли произведение трёх последовательных целых чисел делится на 6? Докажите.

Решение

1. Среди трёх последовательных чисел одно делится на 3.
2. Среди любых двух последовательных чисел одно чётно.
3. Значит, произведение содержит множители 2 и 3 и делится на 6.

ОТВЕТ: Да

Задание 39

Повторение. Модель и проверка

Вклад 80 000 рублей размещён на 2 года под 20% годовых с ежегодной капитализацией. Найдите итоговую сумму.

Решение

1. Коэффициент роста за год: $q = 1,2$.
2. Итог: $S = 80000 \cdot 1,2^2 = 115200$ рублей.

ОТВЕТ: 115 200 рублей



Задание 40

Повторение. Неравенство и ОДЗ

Решите неравенство $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 \leq 0$.

Решение

1. Введём $t = 2^x > 0$. Тогда $t^2 - 5t + 4 \leq 0$.
2. $(t - 1)(t - 4) \leq 0$, поэтому $1 \leq t \leq 4$.
3. Так как 2^x возрастает, получаем $0 \leq x \leq 2$.

ОТВЕТ: $[0; 2]$
