



Прикладные расчёты

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

01. Свойства и базовые методы: задания 1-10

Задание 1

Электродвигатель за 5 минут совершил полезную работу 600 кДж. Его КПД равен 80%. Найдите среднюю потребляемую мощность в ваттах. Используйте $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{зат}}}$ и $P = \frac{A_{\text{зат}}}{t}$.

Задание 2

Алюминиевая деталь с замкнутой пустой полостью имеет массу 5,4 кг и внешний объём 2500 см³. Плотность алюминия 2,7 г/см³. Найдите объём полости; массой воздуха пренебрегите.

Задание 3

В учебной модели цепи ток $I = \frac{220}{R + 40}$ А, где $R \geq 0$ - сопротивление добавочного резистора в омах. При каких R ток не превышает 2 А?

Задание 4

Шкалы температур связаны формулой $F = 1,8C + 32$. Устройство работает при $95 \leq F \leq 104$. Найдите допустимый диапазон температуры C .

Задание 5

Кинетическая энергия тела массой 4 кг равна 450 Дж. Найдите модуль скорости по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$.

Задание 6

Скорость при равноускоренном разгоне из состояния покоя задана формулой $v = \sqrt{2la}$. При $a = 9000$ км/ч² найдите путь l в километрах, соответствующий скорости 120 км/ч. Данные: ФИПИ, методические рекомендации ЕГЭ-2026, профильный уровень, пример 9.1.

Задание 7

После двух последовательных скидок 10% и 20% товар стоит 7200 рублей. Найдите исходную цену и общую скидку в процентах от неё.

Задание 8

Цена снизилась на 20%. На сколько процентов нужно повысить новую цену, чтобы вернуться к первоначальной?

Задание 9

Цена сначала выросла на 20%, а затем уменьшилась на 10% и стала равна 1080 рублям. Найдите исходную цену и итоговое процентное изменение.

Задание 10

В баке 48 л топлива. Требуется сохранить резерв не менее 6 л. Расход постоянен и равен 8 л на 100 км. Какое наибольшее расстояние можно проехать?

02. Формулы и зависимости: задания 11-16**Задание 11**

Нагреватель потребляет 2 кВт; 80% энергии идёт на нагрев 2 кг воды от 20 до 80 °С. Удельная теплоёмкость $c = 4200$ Дж/(кг·°С). Найдите время нагрева по формулам $Q = cm\Delta T$, $Q = \eta Pt$. Потерями, кроме учтённых КПД, пренебрегите.

Задание 12

Путь свободного падения из состояния покоя в принятой модели равен $h = 5t^2$ метров. За какое время тело пройдёт 80 м? Считать $t \geq 0$ и не учитывать сопротивление воздуха.

Задание 13

Период математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где $l > 0$, $g = 9,8$ м/с². Найдите длину маятника, если период равен π секундам.

Задание 14

Масса вещества описывается законом $m = 116 \cdot 2^{-\frac{t}{9}}$ мг, где $t \geq 0$ измеряется в минутах. Когда масса станет равна 29 мг? Данные: ФИПИ, методические рекомендации ЕГЭ-2026, профильный уровень, пример 9.3.

Задание 15

Уровень сигнала задаётся формулой $L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$, где $I > 0$, $I_0 > 0$. Во сколько раз увеличилась интенсивность I , если уровень вырос на 20 единиц, а I_0 не изменилось?

Задание 16

В кладке 20 рядов: в первом 15 кирпичей, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Найдите общее число кирпичей.

03. Повторение пройденного: задания 17-20**Задание 17**

Повторение: рациональные неравенства. Решите $\frac{x-1}{x+2} \geq 0$.

Задание 18

Повторение: логарифмические уравнения. Решите $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$.

Задание 19

Повторение: производная. Найдите уравнение касательной к графику $f(x) = x^3 - 3x^2$ в точке с абсциссой 2.

Задание 20

Повторение: наибольшее и наименьшее значения. Найдите оба экстремальных значения функции $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ на $[0; 4]$ и точки их достижения.

04. Составные задачи: задания 21-30**Задание 21**

К 20 кг 15%-го раствора добавляют 40%-й раствор того же вещества. Сколько килограммов нужно добавить, чтобы получить 25%-й раствор? Проценты массовые, потерь вещества нет.

Задание 22

Из 30 кг 12%-го раствора выпаривают только воду до получения 18%-го раствора. Сколько воды нужно удалить?

Задание 23

Температура жидкости $T(t) = 18 + 72 \cdot 2^{-\frac{t}{12}}$ °С, $t \geq 0$ - минуты после начала охлаждения. Найдите самое раннее время, когда температура не превышает 27 °С.

Задание 24

Оборудование изначально стоит 1 000 000 рублей. После каждого полного года его расчётная стоимость уменьшается на 20% от текущей. Через сколько полных лет она впервые станет не больше 500 000 рублей?

Задание 25

Для тонкой линзы в принятой модели $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{30}$, расстояния в сантиметрах. Известно $20 \leq d_1 \leq 40$ и $160 \leq d_2 \leq 180$. Найдите наименьшее возможное d_1 .
Данные: ФИПИ, методические рекомендации ЕГЭ-2026, профильный уровень, пример 9.4. Условие дополнено явными ограничениями модели.

Задание 26

Два учебных тарифа на месяц: А - 350 рублей плюс 20 рублей за каждую использованную минуту; В - 500 рублей плюс 15 рублей за минуту. Число минут n - неотрицательное целое. С какого значения n тариф В строго дешевле?

Задание 27

На изначально пустой счёт в конце каждого из трёх лет вносят по 100 000 рублей. Перед очередным взносом на уже имеющуюся сумму начисляют 10% годовых. Сколько денег будет сразу после третьего взноса?

Задание 28

Предприятие наращивает выпуск на одно и то же количество изделий за месяц. В третьем месяце выпущено 11 изделий, в двенадцатом - 47. Найдите общий выпуск за первые 20 месяцев.

Задание 29

Учебный кредит 900 000 рублей погашают за три года равными частями основного долга. Перед ежегодным платежом на оставшийся основной долг начисляют соответственно 10%, 12% и 14%; эти проценты полностью выплачивают вместе с очередной частью долга. Найдите сумму всех платежей.

Задание 30

На счёт внесли 400 000 рублей. После начисления процентов за первый год сняли 44 000 рублей. После начисления такого же неотрицательного годового процента за второй год на счёте стало 435 600 рублей. Найдите ставку.

05. Развёрнутое обоснование: задания 31-34**Задание 31**

Тело тормозит с начальной скоростью 24 м/с и постоянным замедлением 3 м/с². До остановки путь $S(t) = 24t - \frac{3}{2}t^2$, скорость $v(t) = 24 - 3t$. Через сколько секунд после начала торможения путь составит 90 м? Модель действует только пока $v(t) \geq 0$. Данные: ФИПИ, методические рекомендации ЕГЭ-2026, профильный уровень, пример 9.6. Условие дополнено явными ограничениями модели.

Задание 32

Энергия конденсатора $W = \frac{CU^2}{2}$ Дж. Его ёмкость может быть любой от 2 до 6 мкФ включительно, причём $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$. Найдите наибольшее $U \geq 0$, при котором энергия не превышает 0,12 Дж при любой допустимой ёмкости.

Задание 33

При выпуске x изделий цена одного равна $500 - 2x$ рублей. Затраты составляют $100x + 2000$ рублей. Допускается целое $x \geq 0$ с неотрицательной ценой. Найдите выпуск максимальной прибыли и все выпуски со строго положительной прибылью.

Задание 34

Нужно приготовить 60 кг смеси концентрации не менее 25% из 15%-го раствора по 80 рублей за килограмм и 40%-го по 140 рублей за килограмм. Массы могут быть дробными; потерь нет. Найдите наименьшую стоимость и массы компонентов.

06. Сложные задачи и параметры: задания 35-40**Задание 35**

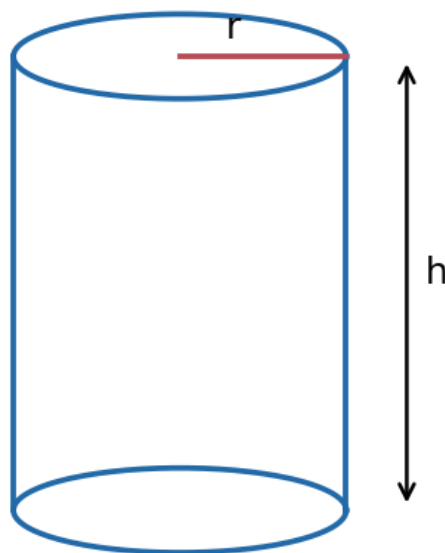
Кредит 331 000 рублей выдан на три года. В конце каждого года долг сначала увеличивается на 10%, затем вносится один и тот же платёж P . После третьего платежа долг равен нулю; до этого он положителен. Найдите платёж, выведя уравнение через последовательные остатки.

Задание 36

В баке 100 л однородного раствора, содержащего 20 кг соли. На каждом шаге удаляют 20 л тщательно перемешанного раствора и доливают 20 л чистой воды. Объём после каждого шага снова 100 л. После какого наименьшего числа шагов содержание соли станет не больше 5 кг? Докажите минимальность.

Задание 37

Закрытый цилиндрический сосуд должен иметь объём 250π см³. Радиус основания не может превышать 4 см; толщиной материала пренебрегают. Найдите радиус и высоту сосуда с наименьшей полной площадью поверхности и саму площадь.



$$V = 250\pi \text{ см}^3; 0 < r \leq 4 \text{ см}$$

Закрытый цилиндр: два основания и боковая поверхность;
схема не в масштабе.

Задание 38

Кредит 1 200 000 рублей погашается за целое число $n \geq 1$ лет равными частями основного долга. Перед каждым платежом начисляется 10% на текущий остаток, проценты сразу выплачиваются. Каждый полный платёж должен быть не больше 360 000 рублей, а сумма всех платежей - не больше 1 620 000 рублей. Найдите все возможные n .

Задание 39

В учебной непрерывной модели прибыль $P(x) = x(12 - x) - a$ условных денежных единиц, объём выпуска $x \in [2; 10]$, постоянные затраты $a \geq 0$. При каких a существуют ровно два разных допустимых объёма выпуска с нулевой прибылью? Разберите также критические значения параметра.

Задание 40

Установка работает t часов, $1 \leq t \leq 6$. Её условные затраты описывает функция $C(t) = t + \frac{4}{t}$. Бюджет $a \geq 0$. Для каждого a найдите все допустимые времена, при которых $C(t) \leq a$. Укажите все значения параметра, при которых меняется вид ответа.