



Урок 15. Ответы и решения

Условия, ответы и пошаговые решения всех 40 заданий.

01. Начальный уровень: задания 1-20

Задание 1

Работа выполняется за 6 ч. Какую долю работы выполняют за 1 ч?

$$p = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$

Задание 2

Первый выполняет работу за 6 ч, второй за 3 ч. За сколько часов они выполнят её вместе?

$$p = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$T = 2$$

Ответ: 2 ч

Задание 3

Первый выполняет работу за 4 ч, второй за 12 ч. Найдите совместное время.

$$p = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

$$T = 3$$

Ответ: 3 ч

Задание 4

Трубы наполняют бак за 5 ч и 10 ч. За сколько часов наполнят вместе?

$$p = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

$$T = \frac{10}{3}$$

Ответ: 3 ч 20 мин

Задание 5

Работу выполняют за 8 ч. Какая доля выполнена за 3 ч?

$$A = \frac{1}{8} \cdot 3 = \frac{3}{8}$$

Ответ: $\frac{3}{8}$

Задание 6

Исполнители делают работу за 12 и 6 ч. Какую долю они выполнят вместе за 2 ч?

$$A = 2 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6} \right) = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

Задание 7

Вместе работу выполняют за 4 ч, первый - за 6 ч. За сколько часов выполнит второй?

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$T = 12$$

Ответ: 12 ч

Задание 8

Труба наполняет бак за 6 ч, слив опустошает за 12 ч. За сколько часов наполнится бак при совместной работе?

$$p = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

$$T = 12$$

Ответ: 12 ч

Задание 9

Найдите массу соли в 300 г 20%-го раствора.

$$m = 0,2 \cdot 300 = 60$$

Ответ: 60 г

Задание 10

В 200 г раствора содержится 40 г вещества. Найдите концентрацию.

$$c = \frac{40}{200} = 0,2 = 20\%$$

Ответ: 20%

Задание 11

Смешали 100 г 10%-го и 200 г 20%-го раствора. Найдите массу вещества в смеси.

$$m = 0,1 \cdot 100 + 0,2 \cdot 200 = 50$$

Ответ: 50 г

Задание 12

К 200 г 30%-го раствора добавили 100 г воды. Найдите новую концентрацию.

$$m_{\text{вещ}} = 60$$

$$c = \frac{60}{300} = 20\%$$

Ответ: 20%

Задание 13

Из 500 г 10%-го раствора испарили 100 г воды. Найдите концентрацию.

$$m_{\text{вещ}} = 50$$

$$c = \frac{50}{400} = 12,5\%$$

Ответ: 12,5%

Задание 14

Смешали равные массы 10%-го и 30%-го растворов. Найдите концентрацию смеси.

При равных массах концентрация равна среднему арифметическому.

$$c = \frac{10\% + 30\%}{2} = 20\%$$

Ответ: 20%

Задание 15

К 200 г 10%-го раствора добавили чистое вещество. Сколько граммов нужно добавить, чтобы получить 20%?

$$\frac{20 + x}{200 + x} = 0,2$$

$$20 + x = 40 + 0,2x$$

$$x = 25$$

Ответ: 25 г

Задание 16

Сколько воды добавить к 300 г 20%-го раствора, чтобы получить 15%-й?

$$m_{\text{вещ}} = 60$$

$$\frac{60}{300 + x} = 0,15$$

$$x = 100$$

Ответ: 100 г

Задание 17**Повторение: движение, расчёты по формуле и экстремумы.**

Два автомобиля одновременно выехали навстречу друг другу из пунктов на расстоянии 300 км со скоростями 70 и 80 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

$$t = \frac{300}{150} = 2$$

Ответ: 2 ч**Задание 18****Повторение: движение, расчёты по формуле и экстремумы.**

Автомобиль проехал из А в В со скоростью 60 км/ч и вернулся по тому же пути со скоростью 40 км/ч без остановок. Найдите среднюю скорость всей поездки.

Возьмём по 120 км.

$$v_{\text{ср}} = \frac{240}{2 + 3} = 48$$

Ответ: 48 км/ч**Задание 19****Повторение: движение, расчёты по формуле и экстремумы.**

Найдите кинетическую энергию E в джоулях при массе $m = 2$ кг и скорости $v = 4$ м/с по формуле ниже.

$$E = \frac{mv^2}{2}$$

$$E = 16$$

Ответ: 16 Дж**Задание 20**

Работу выполняют за 10 ч. Какую часть выполнят за 4 ч?

$$A = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Ответ: $\frac{2}{5}$ **02. Средний уровень: задания 21-35**

Задание 21

Исполнители выполняют работу за 6, 8 и 12 ч. Найдите совместное время.

$$p = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{4 + 3 + 2}{24} = \frac{3}{8}$$

$$T = \frac{8}{3}$$

Ответ: 2 ч 40 мин

Задание 22

Вместе работу выполняют за 6 ч, первый - за 10 ч. За сколько часов выполнит второй?

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$$

$$T = 15$$

Ответ: 15 ч

Задание 23

Труба наполняет бак за 8 ч, слив опустошает за 24 ч. Найдите время наполнения при совместной работе.

$$p = \frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$$

$$T = 12$$

Ответ: 12 ч

Задание 24

Две трубы вместе наполняют бак за 4 ч. Первая - за 12 ч. За сколько часов наполняет вторая?

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

$$T = 6$$

Ответ: 6 ч

Задание 25

5 одинаковых рабочих выполняют заказ за 12 дней. За сколько дней выполнят 8 рабочих?

$$5 \cdot 12 = 8t$$

$$t = \frac{60}{8} = 7,5$$

Ответ: 7,5 дня

Задание 26

Заказ планировали делать 15 дней. Ежедневно делали на 10 деталей больше и закончили за 10 дней. Найдите плановую дневную норму.

$$15x = 10(x + 10)$$

$$5x = 100 \Rightarrow x = 20$$

Ответ: 20 деталей

Задание 27

Первый делает работу за 6 ч, второй за 8 ч. Они работали вместе 2 ч, затем первый ушёл. Сколько времени заняла вся работа?

$$A_1 = 2 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right) = \frac{7}{12}$$

$$A_{\text{ост}} = \frac{5}{12}$$

$$t_2 = \frac{5/12}{1/8} = \frac{10}{3}$$

$$t_{\text{общ}} = 2 + \frac{10}{3} = \frac{16}{3}$$

Ответ: 5 ч 20 мин

Задание 28

Первая труба наполняет бак за 6 ч. Через 2 ч открыли вторую, наполняющую за 12 ч. Найдите общее время.

$$A_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$A_{\text{ост}} = \frac{2}{3}$$

$$p = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

$$t = \frac{2/3}{1/4} = \frac{8}{3}$$

$$t_{\text{общ}} = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$$

Ответ: 4 ч 40 мин

Задание 29

Смешали 400 г 15%-го и 100 г 35%-го раствора. Найдите концентрацию.

$$m = 0,15 \cdot 400 + 0,35 \cdot 100 = 95$$

$$c = \frac{95}{500} = 19\%$$

Ответ: 19%

Задание 30

Из 20%-го и 50%-го растворов получили 300 г 30%-го. Сколько граммов 50%-го раствора взяли?

$$0,5x + 0,2(300 - x) = 0,3 \cdot 300$$

$$0,3x = 30$$

$$x = 100$$

Ответ: 100 г

Задание 31

К 500 г 8%-го раствора добавляют чистую соль до концентрации 12%. Найдите массу соли.

$$\frac{40 + x}{500 + x} = 0,12$$

$$40 + x = 60 + 0,12x$$

$$0,88x = 20$$

$$x = \frac{250}{11} \approx 22,73$$

Ответ: 250/11 г, приблизительно 22,73 г.

Задание 32

Сколько воды испарить из 600 г 25%-го раствора, чтобы получить 40%-й?

$$m_{\text{вещ}} = 150$$

$$m_{\text{нов}} = \frac{150}{0,4} = 375$$

$$600 - 375 = 225$$

Ответ: 225 г

Задание 33

Сколько воды добавить к 250 г 36%-го раствора, чтобы получить 24%-й?

$$m_{\text{вещ}} = 90$$

$$m_{\text{нов}} = \frac{90}{0,24} = 375$$

$$375 - 250 = 125$$

Ответ: 125 г

Задание 34**Повторение: движение, расчёты по формуле и экстремумы.**

Найдите максимум функции.

$$f(x) = -x^2 + 10x$$

$$f(x) = -(x - 5)^2 + 25$$

Ответ: 25**Задание 35**

Труба наполняет бак за 6 ч. Через 2 ч открыли слив. Бак наполнился ещё за 6 ч. За сколько часов слив опустошает полный бак?

$$A_{\text{после 2 ч}} = \frac{1}{3}$$

$$p_{\text{чист}} = \frac{2/3}{6} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{T} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{18}$$

Ответ: 18 ч**03. Повышенный уровень: задания 36-40****Задание 36**

Две трубы наполняют бак за 4 и 6 ч, слив опустошает за 12 ч. Найдите время наполнения при одновременной работе.

$$p = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

$$T = 3$$

Ответ: 3 ч

Задание 37

Один мастер выполняет заказ на 5 часов быстрее другого. Вместе они выполняют его за 6 часов. За сколько часов каждый мастер выполнит заказ отдельно?

Пусть более быстрый мастер тратит x часов, другой $x + 5$ часов, $x > 0$. Складываем производительности.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

$$x^2 - 7x - 30 = (x - 10)(x + 3) = 0$$

Корень -3 не подходит. При $x = 10$ второй мастер тратит 15 часов. $1/10 + 1/15 = 1/6$.

Ответ: 10 и 15 часов.

Задание 38

Смешивают 30%-й и 70%-й сплавы, чтобы получить 40 кг 50%-го. Найдите массы исходных сплавов.

$$0,3x + 0,7(40 - x) = 0,5 \cdot 40$$

$$-0,4x = -8$$

$$x = 20$$

Ответ: 20 кг и 20 кг

Задание 39

К 20 кг 30%-го раствора добавляют 90%-й раствор, чтобы получить 50%-й. Найдите добавленную массу.

$$\frac{6 + 0,9x}{20 + x} = 0,5$$

$$6 + 0,9x = 10 + 0,5x$$

$$x = 10$$

Ответ: 10 кг

Задание 40

Из 500 г 20%-го раствора испарили 100 г воды, затем добавили 100 г воды. Найдите итоговую концентрацию.

$$m_{\text{вещ}} = 0,2 \cdot 500 = 100$$

После испарения и добавления воды общая масса снова равна 500 г.

$$c = \frac{100}{500} = 20\%$$

Ответ: 20%

В задачах производительности и скорости потоков постоянны; при наполнении бак первоначально пуст, если не сказано иное. Концентрация означает массовую долю одного и того же вещества. При испарении удаляется только вода.