

Программа по алгебре для 9 класса, углублённый уровень

Углублённый курс объединяет степени с рациональным показателем, уравнения и неравенства повышенной сложности, исследование функций, последовательности, прогрессии и математическую индукцию.

Кратко о программе

Параметр	Содержание
Класс и уровень	9 класс, углублённый уровень
Объем	136 часов
Основные линии	Числа и вычисления; Алгебраические выражения; Уравнения и неравенства; Функции; Числовые последовательности и прогрессии
Результат	Понимание понятий, точные построения и вычисления, обоснование решения и проверка результата.

Содержание обучения

Числа и вычисления

Корень n -й степени и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства.

Алгебраические выражения

Тождественные преобразования выражений, содержащих корень n -й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

Квадратный трехчлен. Корни квадратного трехчлена. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Уравнения и неравенства

Биквадратные уравнения. Примеры применений методов равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решение дробно-рациональных уравнений.

Решение систем уравнений с двумя переменными. Решение простейших систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы нелинейных уравнений с двумя переменными. Система двух нелинейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Числовые неравенства. Решение линейных неравенств. Доказательство неравенств.

Квадратные неравенства с одной переменной. Решение квадратных неравенств графическим методом и методом интервалов. Метод интервалов для рациональных неравенств. Простейшие неравенства с параметром.

Решение текстовых задач с помощью неравенств, систем неравенств.

Неравенство с двумя переменными. Решение неравенства с двумя переменными. Системы неравенств с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

Функции

Функция. Свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, четные и нечетные функции, наибольшее и наименьшее значения функции.

Квадратичная функция и ее свойства. Использование свойств квадратичной функции для решения задач. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от ее коэффициентов.

Графики функций $y = ax^2$, $y = a(x - m)^2 + n$. Построение графиков функций с помощью преобразований.

Дробно-линейная функция. Исследование функций.

Функция $y = x^n$ с натуральным показателем n и ее график.

Числовые последовательности и прогрессии

Понятие числовой последовательности. Конечные и бесконечные последовательности. Ограниченная последовательность. Монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Способы задания последовательности: описательный, табличный, с помощью формулы n -го члена, рекуррентный.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Свойства членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы n -го члена арифметической и геометрической прогрессий. Формулы суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий. Задачи на проценты, банковские вклады, кредиты.

Представление о сходимости последовательности, о суммировании бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Метод математической индукции. Простейшие примеры.

Планируемые результаты

Числа и вычисления

Оперировать понятиями: корень n -й степени, степень с рациональным показателем, находить корень n -й степени, степень с рациональным показателем, используя при необходимости калькулятор, применять свойства корня n -й степени, степени с рациональным показателем.

Использовать понятие множества действительных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательствах.

Сравнивать и упорядочивать действительные числа, округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений.

Алгебраические выражения

Оперировать понятием квадратного трехчлена, находить корни квадратного трехчлена.

Раскладывать квадратный трехчлен на линейные множители.

Уравнения и неравенства

Решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, сводящиеся к ним, дробно-рациональные уравнения.

Решать несложные квадратные уравнения с параметром.

Решать линейные неравенства, квадратные неравенства, использовать метод интервалов, изображать решение неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными и системы двух уравнений, в которых одно уравнение не является линейным.

Решать несложные системы нелинейных уравнений с параметром.

Применять методы равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решать системы линейных неравенств, системы неравенств, включающие квадратное неравенство, изображать решение системы неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать уравнения, неравенства и их системы, в том числе с ограничениями, например, в целых числах.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Решать текстовые задачи алгебраическим способом с помощью составления уравнений, неравенств, их систем.

Использовать уравнения, неравенства и их системы для составления математической модели реальной ситуации или прикладной задачи, интерпретировать полученные результаты в заданном контексте.

Функции

Оперировать понятиями: зависимость, функция, график функции, прямая пропорциональность, линейная функция, обратная пропорциональность, парабола, гипербола, кусочно-заданная функция.

Исследовать функцию по ее графику, устанавливать свойства функций: область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, четность и нечетность, наибольшее и наименьшее значения, асимптоты.

Распознавать квадратичную функцию по формуле, приводить примеры квадратичных функций из реальной жизни, физики, геометрии.

Определять положение графика квадратичной функции в зависимости от ее коэффициентов.

Строить график квадратичной функции, описывать свойства квадратичной функции по ее графику.

Использовать свойства квадратичной функции для решения задач.

На примере квадратичной функции строить график функции $y = af(kx + b) + c$ с помощью преобразований графика $y = f(x)$.

Иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам.

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.

Задавать последовательности разными способами: описательным, табличным, с помощью формулы n -го члена, рекуррентным.

Выполнять вычисления с использованием формул n -го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых n членов.

Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости.

Решать задачи, связанные с числовыми последовательностями, в том числе задачи из реальной жизни (с использованием калькулятора, цифровых технологий).

Распознавать и приводить примеры конечных и бесконечных последовательностей, ограниченных последовательностей, монотонно возрастающих (убывающих) последовательностей.

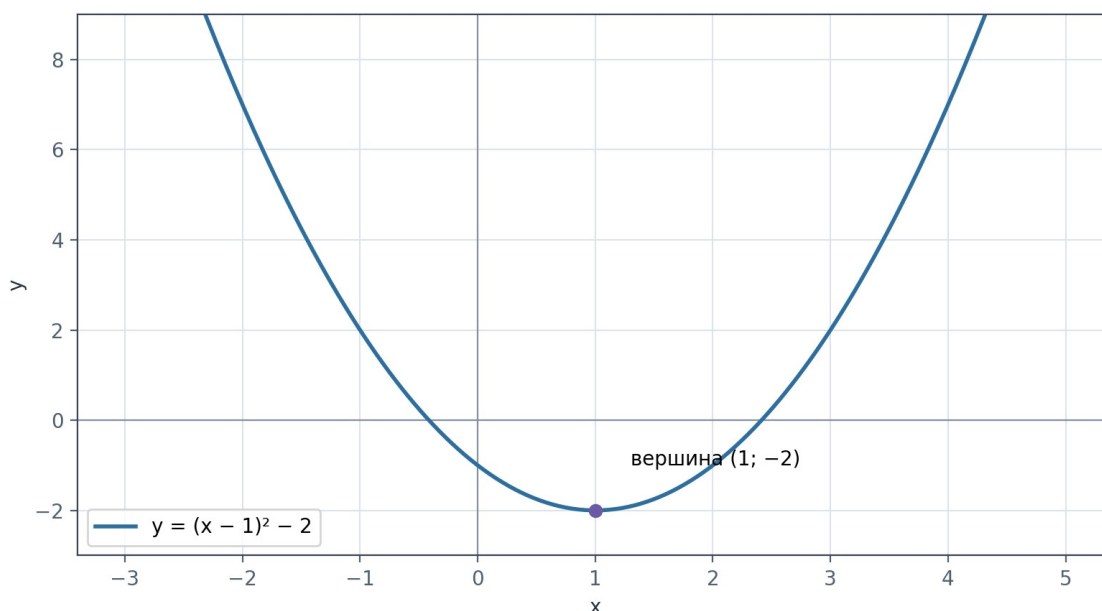
Иметь представление о сходимости последовательности, уметь находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Применять метод математической индукции при решении задач.

Опорные формулы и связи

Понятие	Формула	Смысл и условия
Преобразованная парабола	$y = a(x - m)^2 + n$	Вершина имеет координаты (m; n), если a не равен нулю.
Арифметическая прогрессия	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	d — постоянная разность соседних членов.
Сумма арифметической прогрессии	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$	Формула суммы первых n членов.
Сумма геометрической прогрессии	$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$	Применяется при $q \neq 1$.

Наглядная модель



Парабола получена из $y = x^2$ переносом на одну единицу вправо и на две единицы вниз. Ее вершина — точка (1; -2).