



Показательные и логарифмические неравенства

Задания, решения и ответы

40 заданий с пошаговыми решениями и ответами. Сначала выполните задание самостоятельно, затем сравните ход рассуждений с разбором.

01. Основа метода: задания 1-10

Задание 1

Решите неравенство

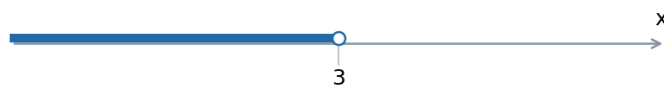
$$2^x < 8.$$

Шаг 1. Представляем правую часть как 2^3 .

Шаг 2. Основание больше 1, поэтому показательная функция возрастает и знак сохраняется.

Шаг 3. Получаем $x < 3$.

Ответ. $x < 3$



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 2

Решите неравенство

$$3^x \geq 9.$$

Шаг 1. Представляем правую часть как 3^2 .

Шаг 2. Основание больше 1, поэтому показательная функция возрастает и знак сохраняется.

Шаг 3. Получаем $x \geq 2$.

Ответ. $x \geq 2$



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

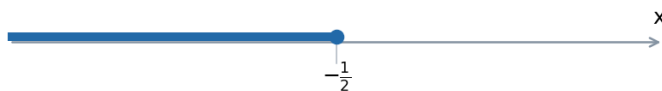
Задание 3

Решите неравенство

$$5^{2x-1} \leq \frac{1}{25}.$$

Запишем $\frac{1}{25} = 5^{-2}$. Основание больше единицы, поэтому $2x - 1 \leq -2$. Делим на положительное число 2.

Ответ. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$.



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 4

Решите неравенство

$$7^{x^2-4} > 1.$$

Так как $1 = 7^0$ и основание больше 1, получаем $x^2 - 4 > 0$. Разложение $(x - 2)(x + 2) > 0$ даёт внешние промежутки.

Ответ. $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 5

Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{8}.$$

Шаг 1. Представляем правую часть как $\left(\frac{1}{2}\right)^3$.**Шаг 2.** Основание лежит между 0 и 1, поэтому показательная функция убывает и знак меняется.**Шаг 3.** Получаем $x < 3$.**Ответ.** $x < 3$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 6

Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x} \leq 9.$$

Представим $9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$. Основание меньше 1, знак меняется: $x^2 - x \geq -2$. Но $x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$ при любом действительном x .

Ответ. $\mathbb{R}$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 7

Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x-2}{x+1}} < \frac{1}{5}.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x \neq -1$. При сравнении показателей знак меняется:

$$\frac{x-2}{x+1} > 1.$$

Шаг 2. Переносим единицу влево: $\frac{-3}{x+1} > 0$. Знаменатель должен быть отрицательным.

Ответ. $(-\infty, -1)$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 8

Решите неравенство

$$\log_2 x > 0.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 0$.

Шаг 2. Число 0 записываем как $\log_2(1)$.

Шаг 3. Логарифм возрастает, поэтому сравнение аргументов сохраняет знак.

Шаг 4. Получаем $x > 1$; граница 1 положительна, поэтому условие ОДЗ учтено.

Ответ. $x > 1$



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 9

Решите неравенство

$$\log_3 x \leq 2.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 0$.

Шаг 2. Число 2 записываем как $\log_3(9)$.

Шаг 3. Логарифм возрастает, поэтому сравнение аргументов сохраняет знак.

Шаг 4. Получаем $0 < x \leq 9$; граница 9 положительна, поэтому условие ОДЗ учтено.

Ответ. $0 < x \leq 9$



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 10

Решите неравенство

$$\log_5 (x^2 - 4) \geq 1.$$

С учётом возрастания логарифма требуется $x^2 - 4 \geq 5$, откуда $x^2 \geq 9$. Это условие автоматически обеспечивает положительность аргумента.

Ответ. $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$.

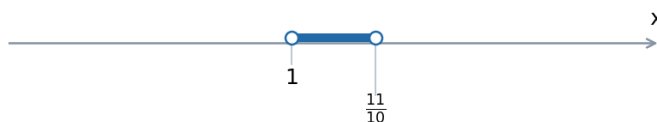
Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

02. Преобразования и ограничения: задания 11-16**Задание 11**

Решите неравенство

$$\log_{10}(x - 1) < -1.$$

ОДЗ: $x > 1$. Основание больше 1, поэтому $x - 1 < 10^{-1} = \frac{1}{10}$. Объединяем это условие с ОДЗ.

Ответ. $\left(1, \frac{11}{10}\right)$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 12

Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 1.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 0$.**Шаг 2.** Число 1 записываем как $\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)$.**Шаг 3.** Логарифм убывает, поэтому при сравнении аргументов знак меняется.**Шаг 4.** Получаем $0 < x < \frac{1}{2}$; граница $\frac{1}{2}$ положительна, поэтому условие ОДЗ учтено.**Ответ.** $0 < x < \frac{1}{2}$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 13

Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}} (x^2 - 1) \leq -1.$$

При основании между 0 и 1 знак сравнения аргументов меняется:

 $x^2 - 1 \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3.$
Получаем $x^2 \geq 4$, что также обеспечивает ОДЗ.
Ответ. $(-\infty, -2] \cup [2, \infty).$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 14

Решите неравенство

$$\log_x 9 < 2.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 0$, $x \neq 1$.**Шаг 2.** При $0 < x < 1$ функция убывает. Сравнение с $\log_x x^2$ даёт $9 > x^2$, что верно для всей ветви.**Шаг 3.** При $x > 1$ функция возрастает. Нужно $9 < x^2$, то есть $x > 3$.**Ответ.** $(0, 1) \cup (3, \infty)$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 15

Решите

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 \leq 0.$$

Шаг 1. Полагаем $t = 2^x$, поэтому $t > 0$.**Шаг 2.** Получаем $t^2 - 5t + 4 \leq 0$.**Шаг 3.** Решение алгебраического неравенства с учётом $t > 0$: $1 \leq t \leq 4$.**Шаг 4.** Функция 2^x возрастает.**Шаг 5.** После обратного перехода получаем $0 \leq x \leq 2$.**Ответ.** $0 \leq x \leq 2$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 16

Решите

$$9^x - 10 \cdot 3^x + 9 > 0.$$

Шаг 1. Полагаем $t = 3^x$, поэтому $t > 0$.**Шаг 2.** Получаем $t^2 - 10t + 9 > 0$.**Шаг 3.** Решение алгебраического неравенства с учётом $t > 0$: $0 < t < 1$ или $t > 9$.**Шаг 4.** Функция 3^x возрастает.**Шаг 5.** После обратного перехода получаем $x < 0$ или $x > 2$.**Ответ.** $x < 0$ или $x > 2$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

03. Повторение пройденного: задания 17-20**Задание 17****Накопительное повторение.** Решите

$$\frac{x-2}{x+1} > 0.$$

Шаг 1. Критические точки: -1 и 2.**Шаг 2.** Точка -1 исключена.**Шаг 3.** Знак положителен вне промежутка между точками.**Ответ.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 18**Накопительное повторение.** Решите

$$\cos x = 1.$$

Шаг 1. На окружности косинус равен 1 в точке $(1, 0)$.**Шаг 2.** Углы отличаются на полный оборот.**Шаг 3.** $x = 2\pi k$.**Ответ.** $x = 2\pi k$ **Задание 19****Накопительное повторение.** Решите

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0.$$

Шаг 1. Полагаем $t = 2^x > 0$.**Шаг 2.** $t^2 - 5t + 4 = 0$.**Шаг 3.** $t = 1$ или 4 .**Шаг 4.** $x = 0$ или 2 .**Шаг 5.** Оба значения проверяются.**Ответ.** $0; 2$ **Задание 20****Накопительное повторение.** Решите

$$\sqrt{x+4} = x.$$

Шаг 1. Требуется $x \geq 0$.**Шаг 2.** Квадрат: $x+4 = x^2$.**Шаг 3.** $x^2 - x - 4 = 0$.**Шаг 4.** Положительный кандидат $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.**Шаг 5.** Он удовлетворяет условию знака и исходному уравнению.**Ответ.** $\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$

04. Составные задачи: задания 21-30

Задание 21

Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x - 5\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 \leq 0.$$

Шаг 1. Вводим $t = \left(\frac{1}{2}\right)^x > 0$. Получаем $(t-1)(t-4) \leq 0$, поэтому $1 \leq t \leq 4$.

Шаг 2. Функция $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ убывает. Обратный переход меняет порядок границ:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2},$$

то есть $-2 \leq x \leq 0$.

Ответ. $[-2, 0]$.



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 22

Решите неравенство

$$3^x + 3^{-x} \leq \frac{10}{3}.$$

Шаг 1. Положим $t = 3^x > 0$. Умножение на $3t > 0$ равносильно и даёт $3t^2 - 10t + 3 \leq 0$.

Шаг 2. Корни равны $\frac{1}{3}$ и 3, поэтому $\frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3$. Основание 3 больше единицы.

Ответ. $[-1, 1]$.



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 23

Решите неравенство

$$\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 \leq 0.$$

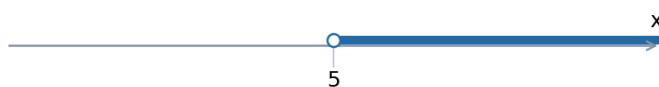
ОДЗ: $x > 0$. При $t = \log_2 x$ получаем $(t - 1)(t - 2) \leq 0$, то есть $1 \leq t \leq 2$.Возрастающая функция 2^t переводит этот отрезок в $2 \leq x \leq 4$.**Ответ.** $[2, 4]$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 24

Решите

$$\log_2(x - 1) > 2.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 1$.**Шаг 2.** Сравниваем логарифм с логарифмом соответствующей степени основания.**Шаг 3.** Учитываем монотонность: для основания между 0 и 1 знак меняется.**Шаг 4.** Получаем сравнение аргумента: $x - 1 > 4$.**Шаг 5.** Пересечение с ОДЗ даёт $x > 5$.**Ответ.** $x > 5$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 25

Решите

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+3) \geq -1.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > -3$.**Шаг 2.** Сравниваем логарифм с логарифмом соответствующей степени основания.**Шаг 3.** Учитываем монотонность: для основания между 0 и 1 знак меняется.**Шаг 4.** Получаем сравнение аргумента: $x+3 \leq 2$.**Шаг 5.** Пересечение с ОДЗ даёт $-3 < x \leq -1$.**Ответ.** $-3 < x \leq -1$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 26

Решите

$$\log_3(x^2 - 4) < 1.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x^2 - 4 > 0$.**Шаг 2.** Сравниваем логарифм с логарифмом соответствующей степени основания.**Шаг 3.** Учитываем монотонность: для основания между 0 и 1 знак меняется.**Шаг 4.** Получаем сравнение аргумента: $0 < x^2 - 4 < 3$.**Шаг 5.** Пересечение с ОДЗ даёт $2 < |x| < \sqrt{7}$.**Ответ.** $2 < |x| < \sqrt{7}$ 

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 27

Решите неравенство

$$\log_{x-1}(x+1) > 1.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 1$, $x \neq 2$.**Шаг 2.** При $1 < x < 2$ основание меньше 1, поэтому нужно $x+1 < x-1$, что невозможно.**Шаг 3.** При $x > 2$ основание больше 1, нужно $x+1 > x-1$, что всегда верно.**Ответ.** $(2, \infty)$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 28

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(x-1)}{\log_2(x+1)} \leq 0.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 1$. При этом $\log_2(x+1) > 1$, значит, знаменатель положителен.**Шаг 2.** Достаточно $\log_2(x-1) \leq 0$, или $x-1 \leq 1$. Вместе с ОДЗ: $1 < x \leq 2$.**Ответ.** $(1, 2]$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 29

Решите

$$\log_2(x-1) - \log_2(x-3) > 1.$$

Шаг 1. Записываем ОДЗ для логарифмов или приводим степени к одному основанию.

Шаг 2. Первое преобразование: $x > 3$.

Шаг 3. С учётом монотонности получаем $\frac{x-1}{x-3} > 2$.

Шаг 4. Решаем полученное рациональное или линейное неравенство.

Шаг 5. После пересечения с исходными ограничениями: $3 < x < 5$.

Ответ. $3 < x < 5$



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 30

Решите

$$\log_3(x+2) + \log_3(x-2) \leq 2.$$

Шаг 1. Записываем ОДЗ для логарифмов или приводим степени к одному основанию.

Шаг 2. Первое преобразование: $x > 2$.

Шаг 3. С учётом монотонности получаем $(x+2)(x-2) \leq 9$.

Шаг 4. Решаем полученное рациональное или линейное неравенство.

Шаг 5. После пересечения с исходными ограничениями: $2 < x \leq \sqrt{13}$.

Ответ. $2 < x \leq \sqrt{13}$



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

05. Развёрнутое решение: задания 31-36**Задание 31**

Решите неравенство

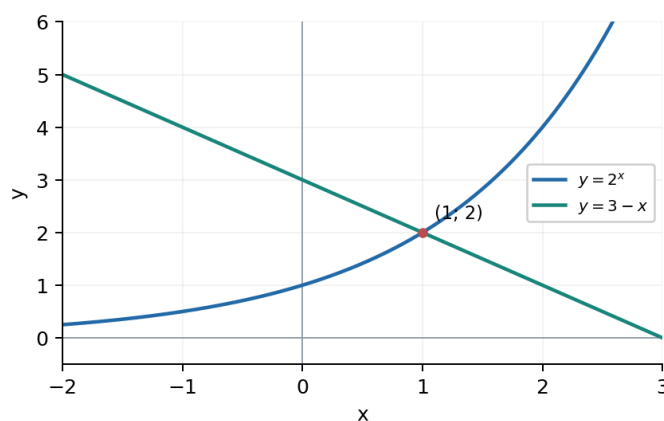
$$2^x + x < 3.$$

Функция $f(x) = 2^x + x$ строго возрастает: оба слагаемых возрастают, и первое строго. При $x = 1$ получаем $f(1) = 3$. Значит, для всех $x < 1$ значение меньше 3, а для $x \geq 1$ строгий знак не выполняется.

Ответ. $(-\infty, 1)$.



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.



Возрастающая показательная функция и убывающая прямая пересекаются только при $x = 1$.

Задание 32

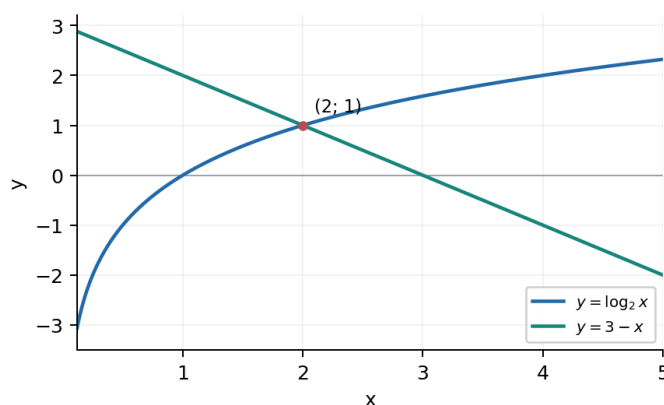
Решите неравенство

$$\log_2 x \leq 3 - x.$$

ОДЗ: $x > 0$. Функция $f(x) = \log_2 x + x$ строго возрастает на ОДЗ, причём $f(2) = 3$.
Поэтому $f(x) \leq 3$ именно при $0 < x \leq 2$.

Ответ. $(0, 2]$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.



На $x > 0$ логарифм возрастает, прямая убывает.
Единственное пересечение: $x = 2$.

Задание 33

Решите неравенство

$$\log_2(x-1) + \log_2(5-x) \geq 1.$$

Шаг 1. ОДЗ: $1 < x < 5$. На ОДЗ объединяем логарифмы и учитываем возрастание логарифма по основанию 2.

Шаг 2. Получаем $(x-1)(5-x) \geq 2$.

Шаг 3. После раскрытия скоб: $-x^2 + 6x - 5 \geq 2$, или $x^2 - 6x + 7 \leq 0$.

Шаг 4. Корни квадратного трёхчлена равны $3 \pm \sqrt{2}$, поэтому решение $[3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}]$. Этот отрезок целиком лежит в ОДЗ.

Проверка. На концах произведение равно 2; между корнями оно больше 2. Границы ОДЗ в ответ не попадают.

Ответ. $[3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}]$.



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 34

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 5 \cdot 2^x + 4}{2^x - 2} \geq 0.$$

Шаг 1. Положим $t = 2^x > 0, t \neq 2$. Тогда $4^x = t^2$, а числитель раскладывается: $t^2 - 5t + 4 = (t-1)(t-4)$.

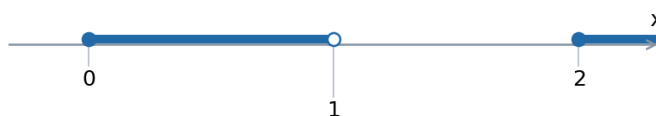
Шаг 2. Получаем $\frac{(t-1)(t-4)}{t-2} \geq 0$. Критические точки 1, 2, 4.

Шаг 3. Метод интервалов даёт $t \in [1; 2) \cup [4; +\infty)$.

Шаг 4. Так как 2^x возрастает, получаем $x \in [0; 1) \cup [2; +\infty)$.

Проверка. $x = 1$ исключён как ноль исходного знаменателя; $x = 0$ и $x = 2$ дают ноль числителя и включаются.

Ответ. $[0; 1) \cup [2; +\infty)$.



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 35

Решите неравенство

$$\log_x 4 \geq \log_4 x.$$

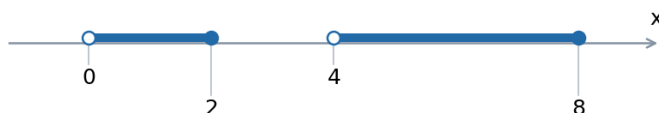
Шаг 1. ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$. Положим $t = \log_2 x$, тогда $t \neq 0$.**Шаг 2.** Имеем $\log_x 4 = \frac{2}{t}, \log_4 x = \frac{t}{2}$. Поэтому нужно решить $\frac{4-t^2}{2t} \geq 0$.**Шаг 3.** Критические точки $-2, 0, 2$. Получаем $t \leq -2$ или $0 < t \leq 2$.**Шаг 4.** Следовательно, $0 < x \leq \frac{1}{4}$ или $1 < x \leq 4$.**Проверка полноты.** $x = 1$ исключён, а значения $x = \frac{1}{4}$ и $x = 4$ дают равенство и включаются.**Ответ.** $\left(0; \frac{1}{4}\right] \cup (1; 4]$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 36

Решите неравенство

$$\frac{(\log_2 x - 1)(\log_2 x - 3)}{\log_2 x - 2} \leq 0.$$

Шаг 1. ОДЗ: $x > 0, x \neq 4$. Положим $t = \log_2 x$.**Шаг 2.** Неравенство принимает вид $\frac{(t-1)(t-3)}{t-2} \leq 0$.**Шаг 3.** Критические точки 1, 2, 3. Таблица знаков даёт $t \leq 1$ или $2 < t \leq 3$.**Шаг 4.** Возвращаясь к x , получаем $0 < x \leq 2$ или $4 < x \leq 8$.**Проверка полноты.** Значения $t = 1$ и $t = 3$ включены как нули числителя, $t = 2$ исключено как нуль знаменателя.**Ответ.** $(0; 2] \cup (4; 8]$.

Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

06. Сложные задачи и параметры: задания 37-40**Задание 37**

Решите неравенство

$$\frac{(3^x - 3)^3}{50 \left(x - \frac{11}{10}\right)^2} \geq 0.$$

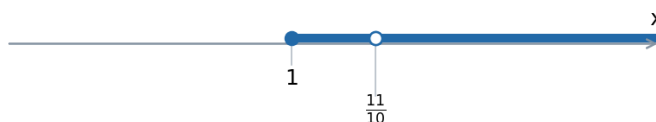
Источник: ФИПИ, демоверсия ЕГЭ-2026, профильная математика, задание 15.

Шаг 1. ОДЗ: $x \neq \frac{11}{10}$. На ОДЗ знаменатель строго положителен.

Шаг 2. Нечётная степень сохраняет знак основания, поэтому требуется $3^x - 3 \geq 0$, откуда $x \geq 1$.

Шаг 3. Из полученного луча исключаем исходный нуль знаменателя.

Ответ. $\left[1; \frac{11}{10}\right) \cup \left(\frac{11}{10}; +\infty\right)$.



Синим отмечено множество решений; пустые точки не входят в ответ.

Задание 38

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2-x) - \log_2(x+1)}{\log_2^2 x + \log_2(x^4) + 1} \geq 0.$$

Источник: ФИПИ, демоверсия ЕГЭ-2026, профильная математика, задание 15.

Шаг 1. ОДЗ всех логарифмов: $0 < x < 2$. Знаменатель не должен обращаться в нуль.

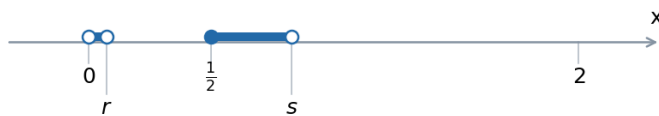
Шаг 2. Числитель равен $\log_2 \frac{2-x}{x+1}$. Он положителен при $x < \frac{1}{2}$, равен нулю при $x = \frac{1}{2}$ и отрицателен при $x > \frac{1}{2}$.

Шаг 3. На ОДЗ $\log_2(x^4) = 4\log_2 x$. С заменой $t = \log_2 x$ знаменатель равен $t^2 + 4t + 1$. Его нули $-2 \pm \sqrt{3}$ дают запрещённые точки

$$r = 2^{-2-\sqrt{3}}, \quad s = 2^{-2+\sqrt{3}}.$$

Шаг 4. Порядок точек: $0 < r < \frac{1}{2} < s < 2$. Знаменатель положителен вне $(r; s)$ и отрицателен внутри. Совмещаем знаки числителя и знаменателя.

Ответ. $(0; r) \cup [\frac{1}{2}; s)$, где $r = 2^{-2-\sqrt{3}}$ и $s = 2^{-2+\sqrt{3}}$.



Порядок критических точек: $0 < r < 1/2 < s < 2$; r и s исключены.

Задание 39

Найдите все a , при которых неравенство

$$4^x - 2a \cdot 2^x + a + 2 \leq 0$$

имеет хотя бы одно решение x .

Шаг 1. Положим $t = 2^x > 0$. Требуется, чтобы квадратный трёхчлен $q(t) = t^2 - 2at + a + 2$ принимал неположительное значение хотя бы при одном $t > 0$.

Шаг 2. Если $a > 0$, вершина $t = a$ принадлежит области $t > 0$. Минимум равен $q(a) = -a^2 + a + 2 = -(a - 2)(a + 1)$, поэтому условие выполняется при $a \geq 2$.

Шаг 3. Если $a \leq 0$, то $q'(t) = 2t - 2a > 0$ для $t > 0$, то есть q возрастает. Его нижняя грань при $t \rightarrow 0+$ равна $a + 2$ и не достигается.

Шаг 4. При $a < -2$ эта грань отрицательна, поэтому для малых положительных t имеем $q(t) < 0$. При $a = -2$ получаем $q(t) = t^2 + 4t > 0$ для $t > 0$; при $-2 < a \leq 0$ тем более $q(t) > 0$.

Проверка полноты. Случаи $a > 0$ и $a \leq 0$ охватывают все параметры; при граничных $a = -2$ и $a = 2$ достижимость проверена отдельно.

Ответ. $a \in (-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$.



Допустимые значения параметра a : -2 исключено, 2 включено.

Задание 40

Найдите все a , при которых неравенство

$$(2^x - a)(2^x - 4) \leq 0$$

имеет ровно три целых решения x .

Шаг 1. Вводим $t = 2^x > 0$. При $a \leq 0$ получаем $0 < t \leq 4$, то есть $x \leq 2$: целых решений бесконечно.

Шаг 2. При $0 < a < 4$ имеем $\log_2 a \leq x \leq 2$. Ровно три целых числа 0, 1, 2 получаются при $-1 < \log_2 a \leq 0$, то есть $\frac{1}{2} < a \leq 1$.

Шаг 3. При $a = 4$ подходит только $x = 2$. При $a > 4$ получаем $2 \leq x \leq \log_2 a$. Ровно три целых числа 2, 3, 4 требуют $4 \leq \log_2 a < 5$, то есть $16 \leq a < 32$.

Ответ. $a \in \left(\frac{1}{2}; 1\right] \cup [16; 32)$.



Два промежутка параметра a показаны отдельно, каждый в своём масштабе.