



Урок 24. Тестовые задания (40 вопросов): ответы и решения

40 заданий: 36 по теме «Рациональные неравенства: полное решение» и 4 на повторение. Задания 1-20: начальный уровень, 21-35: средний, 36-40: повышенный уровень. Решения открываются отдельно под каждым заданием.

01. Начальный уровень: задания 1-20

Задание 1

Решите неравенство $(x - 2)(x + 3) \geq 0$.

1. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-3, 2$.
2. Расставляем знаки: $(-\infty; -3) : +; (-3; 2) : -; (2; +\infty) : +$.
3. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.
4. Получаем $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Ответ

$(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$

Задание 2

Решите неравенство $(x - 5)(x + 1) \leq 0$.

1. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 5$.
2. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : +; (-1; 5) : -; (5; +\infty) : +$.
3. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.
4. Получаем $[-1; 5]$.

Ответ

$[-1; 5]$

Задание 3

Решите неравенство $\frac{(x-4)}{(x+2)} > 0$.

1. ОДЗ: $x \neq -2$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 4$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : +; (-2; 4) : -; (4; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

Ответ

$$(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$$

Задание 4

Решите неравенство $\frac{(x+3)}{(x-1)} \leq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 1$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-3, 1$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -3) : +$; $(-3; 1) : -$; $(1; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $[-3; 1)$.

Ответ

$$[-3; 1)$$

Задание 5

Решите неравенство $\frac{(x-2)(x+1)}{(x-4)} \geq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 4$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 2, 4$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : -$; $(-1; 2) : +$; $(2; 4) : -$; $(4; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $[-1; 2] \cup (4; +\infty)$.

Ответ

$$[-1; 2] \cup (4; +\infty)$$

Задание 6

Решите неравенство $\frac{(x-3)(x+2)}{(x-1)} < 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 1$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 1, 3$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : -$; $(-2; 1) : +$; $(1; 3) : -$; $(3; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку < 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $(-\infty; -2) \cup (1; 3)$.

Ответ

$$(-\infty; -2) \cup (1; 3)$$

Задание 7

Решите неравенство $\frac{(x-1)}{(x-3)(x+2)} > 0$.

1. ОДЗ: $x \neq -2, x \neq 3$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 1, 3$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : -$; $(-2; 1) : +$; $(1; 3) : -$; $(3; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-2; 1) \cup (3; +\infty)$.

Ответ

$(-2; 1) \cup (3; +\infty)$

Задание 8

Решите неравенство $\frac{(x)(x+4)}{(x-2)} \leq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 2$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-4, 0, 2$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -4) : -$; $(-4; 0) : +$; $(0; 2) : -$; $(2; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-\infty; -4] \cup [0; 2)$.

Ответ

$(-\infty; -4] \cup [0; 2)$

Задание 9

Решите неравенство $\frac{(x-5)(x+2)}{(x)} \geq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 0$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 0, 5$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : -$; $(-2; 0) : +$; $(0; 5) : -$; $(5; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $[-2; 0) \cup [5; +\infty)$.

Ответ

$[-2; 0) \cup [5; +\infty)$

Задание 10

Решите неравенство $\frac{(x-3)(x-1)}{(x-5)} \leq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 5$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $1, 3, 5$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; 1) : -$; $(1; 3) : +$; $(3; 5) : -$; $(5; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-\infty; 1] \cup [3; 5)$.

Ответ

$(-\infty; 1] \cup [3; 5)$

Задание 11

Решите неравенство $(x+3)^2(x-1) \leq 0$.

1. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-3, 1$.

2. Расставляем знаки: $(-\infty; -3) : -$; $(-3; 1) : -$; $(1; +\infty) : +$.

3. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

4. Получаем $(-\infty; 1]$.

Ответ
 $(-\infty; 1]$

Задание 12

Решите неравенство $\frac{(x-1)}{(x+2)^2} \leq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq -2$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 1$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : -$; $(-2; 1) : -$; $(1; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-\infty; -2) \cup (-2; 1]$.

Ответ
 $(-\infty; -2) \cup (-2; 1]$

Задание 13

Решите неравенство $\frac{(x-2)}{(x-1)^2} \geq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 1$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $1, 2$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; 1) : -$; $(1; 2) : -$; $(2; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $[2; +\infty)$.

Ответ
 $[2; +\infty)$

Задание 14

Решите неравенство $\frac{(x-1)}{(x+2)(x-4)} < 0$.

1. ОДЗ: $x \neq -2, x \neq 4$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 1, 4$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : -$; $(-2; 1) : +$; $(1; 4) : -$; $(4; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку < 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-\infty; -2) \cup (1; 4)$.

Ответ
 $(-\infty; -2) \cup (1; 4)$

Задание 15

Решите неравенство $\frac{(x+2)}{(x-1)(x-5)} > 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 1, x \neq 5$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 1, 5$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : -$; $(-2; 1) : +$; $(1; 5) : -$; $(5; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-2; 1) \cup (5; +\infty)$.

Ответ

$(-2; 1) \cup (5; +\infty)$

Задание 16

Решите неравенство $\frac{(x-4)(x+1)}{(x-2)^2} > 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 2$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 2, 4$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : +$; $(-1; 2) : -$; $(2; 4) : -$; $(4; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Ответ

$(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Задание 17

Повторение: показательные уравнения

Решите $3^x = 81$.

1. $81 = 3^4$.

2. $x = 4$.

Ответ

4

Задание 18

Повторение: логарифмы

Решите $\log_2(x - 1) = 3$.

1. ОДЗ: $x > 1$.

2. $x - 1 = 8$, поэтому $x = 9$.

Ответ

9

Задание 19

Повторение: тригонометрия

Решите $\sin x = 1$ на $[0; 2\pi]$.

1. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$.

2. На отрезке $x = \frac{\pi}{2}$.

Ответ

$\frac{\pi}{2}$

Задание 20

Повторение: площадь сферы

Радиус сферы равен 4 . Найдите её площадь.

1. $S = 4\pi r^2$.
2. $S = 4\pi \cdot 16 = 64\pi$.

Ответ
 64π

02. Средний уровень: задания 21-35

Задание 21

Решите неравенство $\frac{(x-2)^2(x+1)}{(x-4)} \geq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 4$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 2, 4$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : +; (-1; 2) : -; (2; 4) : -; (4; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $(-\infty; -1] \cup \{2\} \cup (4; +\infty)$.

Ответ
 $(-\infty; -1] \cup \{2\} \cup (4; +\infty)$

Задание 22

Решите неравенство.

$$\frac{x^3 - 4x^2}{x - 2} > 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.
- 2.

$$x^3 - 4x^2 = x^2(x - 4).$$

3. ОДЗ: $x \neq 2$.
4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $0, 2, 4$.
5. Расставляем знаки: $(-\infty; 0) : +; (0; 2) : +; (2; 4) : -; (4; +\infty) : +$.
6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.
7. Получаем $(-\infty; 0) \cup (0; 2) \cup (4; +\infty)$.

Ответ
 $(-\infty; 0) \cup (0; 2) \cup (4; +\infty)$

Задание 23

Решите неравенство.

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 15x + 36}{x} < 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.
- 2.

$$x^3 - 2x^2 - 15x + 36 = (x + 4)(x - 3)^2.$$

3. ОДЗ: $x \neq 0$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-4, 0, 3$.
5. Расставляем знаки: $(-\infty; -4) : +; (-4; 0) : -; (0; 3) : +; (3; +\infty) : +$.
6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку < 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.
7. Получаем $(-4; 0)$.

Ответ
 $(-4; 0)$

Задание 24

Решите неравенство.

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 4x - 5} \geq 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

$$2. \quad x^2 - 3x = x(x - 3), \quad x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5).$$

3. ОДЗ: $x \neq -1, x \neq 5$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 0, 3, 5$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : +; (-1; 0) : -; (0; 3) : +; (3; 5) : -; (5; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $(-\infty; -1) \cup [0; 3] \cup (5; +\infty)$.

Ответ
 $(-\infty; -1) \cup [0; 3] \cup (5; +\infty)$

Задание 25

Решите неравенство.

$$\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4x} \leq 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

$$2. \quad x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2), \quad x^2 - 4x = x(x - 4).$$

3. ОДЗ: $x \neq 0, x \neq 4$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-3, 0, 2, 4$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -3) : +; (-3; 0) : -; (0; 2) : +; (2; 4) : -; (4; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $[-3; 0) \cup [2; 4)$.

Ответ
 $[-3; 0) \cup [2; 4)$

Задание 26

Решите неравенство $\frac{(x-2)^2}{(x)(x-5)} \leq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 0, x \neq 5$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: 0, 2, 5.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; 0) : +; (0; 2) : -; (2; 5) : -; (5; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $(0; 5)$.

Ответ

$(0; 5)$

Задание 27

Решите неравенство $\frac{(x-1)(x+5)}{(x-3)^2} \geq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 3$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-5, 1, 3$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -5) : +; (-5; 1) : -; (1; 3) : +; (3; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $(-\infty; -5] \cup [1; 3) \cup (3; +\infty)$.

Ответ

$(-\infty; -5] \cup [1; 3) \cup (3; +\infty)$

Задание 28

Решите неравенство $\frac{(x)(x-3)}{(x+2)^2} < 0$.

1. ОДЗ: $x \neq -2$.
2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 0, 3$.
3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : +; (-2; 0) : +; (0; 3) : -; (3; +\infty) : +$.
4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку < 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.
5. Получаем $(0; 3)$.

Ответ

$(0; 3)$

Задание 29

Решите неравенство.

$$\frac{x^2 - 5x - 6}{x - 2} > 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.
- 2.

$$x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1).$$

3. ОДЗ: $x \neq 2$.
4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 2, 6$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : -$; $(-1; 2) : +$; $(2; 6) : -$; $(6; +\infty) : +$.
6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.
7. Получаем $(-1; 2) \cup (6; +\infty)$.

Ответ

$$(-1; 2) \cup (6; +\infty)$$

Задание 30

Решите неравенство.

$$\frac{x^2 + 4x - 12}{x - 1} < 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

2.

$$x^2 + 4x - 12 = (x - 2)(x + 6).$$

3. ОДЗ: $x \neq 1$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-6, 1, 2$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -6) : -$; $(-6; 1) : +$; $(1; 2) : -$; $(2; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку < 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $(-\infty; -6) \cup (1; 2)$.

Ответ

$$(-\infty; -6) \cup (1; 2)$$

Задание 31

Решите неравенство $\frac{(x-5)^2(x+2)}{(x-3)} \geq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 3$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 3, 5$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : +$; $(-2; 3) : -$; $(3; 5) : +$; $(5; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.

Ответ

$$(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$$

Задание 32

Решите неравенство $\frac{(x-1)(x+4)^2}{(x-2)} \leq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 2$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-4, 1, 2$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -4) : +$; $(-4; 1) : +$; $(1; 2) : -$; $(2; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $\{-4\} \cup [1; 2)$.

Ответ

$$\{-4\} \cup [1; 2)$$

Задание 33

Решите неравенство $\frac{(x-1)^2(x+3)}{(x-4)^2} \geq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 4$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-3, 1, 4$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -3) : -$; $(-3; 1) : +$; $(1; 4) : +$; $(4; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $[-3; 4) \cup (4; +\infty)$.

Ответ

$$[-3; 4) \cup (4; +\infty)$$

Задание 34

Решите неравенство $\frac{(x-2)(x+2)^2}{(x-5)} \leq 0$.

1. ОДЗ: $x \neq 5$.

2. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 2, 5$.

3. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : +$; $(-2; 2) : +$; $(2; 5) : -$; $(5; +\infty) : +$.

4. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

5. Получаем $\{-2\} \cup [2; 5)$.

Ответ

$$\{-2\} \cup [2; 5)$$

Задание 35

Решите неравенство.

$$\frac{x^3 - 3x^2}{x + 1} > 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

2.

$$x^3 - 3x^2 = x^2(x - 3).$$

3. ОДЗ: $x \neq -1$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 0, 3$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : +$; $(-1; 0) : -$; $(0; 3) : -$; $(3; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Ответ

$$(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

03. Повышенный уровень: задания 36-40

Задание 36

Решите неравенство.

$$\frac{x^3 + x^2 - 6x}{x - 4} > 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

2.

$$x^3 + x^2 - 6x = x(x - 2)(x + 3).$$

3. ОДЗ: $x \neq 4$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-3, 0, 2, 4$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -3) : +$; $(-3; 0) : -$; $(0; 2) : +$; $(2; 4) : -$; $(4; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку > 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $(-\infty; -3) \cup (0; 2) \cup (4; +\infty)$.

Ответ

$$(-\infty; -3) \cup (0; 2) \cup (4; +\infty)$$

Задание 37

Решите неравенство.

$$\frac{x^3 - 3x^2 - 6x + 8}{x - 3} \leq 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

2.

$$x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = (x - 1)(x - 4)(x + 2).$$

3. ОДЗ: $x \neq 3$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-2, 1, 3, 4$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -2) : +$; $(-2; 1) : -$; $(1; 3) : +$; $(3; 4) : -$; $(4; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≤ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $[-2; 1] \cup (3; 4]$.

Ответ

$$[-2; 1] \cup (3; 4]$$

Задание 38

Решите неравенство.

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x} \geq 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

2.

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1), \quad x^2 - 5x = x(x - 5).$$

3. ОДЗ: $x \neq 0, x \neq 5$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-1, 0, 2, 5$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -1) : +; (-1; 0) : -; (0; 2) : +; (2; 5) : -; (5; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку ≥ 0 ; нули числителя включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $(-\infty; -1] \cup (0; 2] \cup (5; +\infty)$.

Ответ

$(-\infty; -1] \cup (0; 2] \cup (5; +\infty)$

Задание 39

Решите неравенство.

$$\frac{x^2 + x - 12}{x^2 + x - 2} < 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

2.

$$x^2 + x - 12 = (x - 3)(x + 4), \quad x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2).$$

3. ОДЗ: $x \neq -2, x \neq 1$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-4, -2, 1, 3$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -4) : +; (-4; -2) : -; (-2; 1) : +; (1; 3) : -; (3; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку < 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $(-4; -2) \cup (1; 3)$.

Ответ

$(-4; -2) \cup (1; 3)$

Задание 40

Решите неравенство.

$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2} < 0.$$

1. **Преобразование.** Сначала разложим многочлены на множители.

2.

$$x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2).$$

3. ОДЗ: $x \neq 0$.

4. Нули числителя и точки разрыва дают критические значения: $-5, 0, 2$.

5. Расставляем знаки: $(-\infty; -5) : +; (-5; 0) : -; (0; 2) : -; (2; +\infty) : +$.

6. Выбираем промежутки, где выражение удовлетворяет знаку < 0 ; нули числителя не включаем, точки разрыва не включаем.

7. Получаем $(-5; 0) \cup (0; 2)$.

Ответ

$(-5; 0) \cup (0; 2)$