



Первая часть: точность решения

Теория и разобранные примеры

Урок 31. Первая часть: точность решения. Объяснения с начального уровня, исходные примеры с пошаговыми решениями и отдельный тест для самостоятельной проверки.

Как решать смешанный комплект без потери точности

В смешанной работе главная трудность — быстро переключаться между моделями. Перед вычислениями назовите тип задачи одним словом: «проценты», «вероятность», «график», «движение», «формула». Такое короткое распознавание помогает выбрать правило и не начинать случайные преобразования.

Три шага для каждого короткого задания

Сначала выпишите, что дано и что требуется найти. Затем выберите одну основную связь: формулу площади, определение вероятности, уравнение движения или свойство функции. После вычисления вернитесь к вопросу и проверьте единицы. Полученное число может быть верным промежуточным результатом, но не ответом на поставленный вопрос.

Например, если цена выросла на 20%, коэффициент роста равен 1,2. Обратное действие выполняется делением: исходная цена равна новой цене, делённой на 1,2. Вычитание двадцати процентов от новой цены не возвращает исходное значение.

Проверка другим способом

Для вычислений полезна оценка порядка величины. Если произведение двух чисел около ста, ответ в несколько тысяч требует повторной проверки. В геометрии длина измеряется в линейных единицах, площадь — в квадратных, объём — в кубических. В вероятности ответ должен лежать между нулём и единицей.

Подстановка в исходное уравнение сильнее, чем повторение тех же преобразований. Для графика проверьте, с какой функцией работаете: f , f' или первообразной. Для текстовой задачи подставьте найденное значение обратно в описанную ситуацию.

Если решение не начинается

Перепишите условие в более удобной форме: проценты — коэффициентом, дроби — с общим знаменателем, движение — таблицей «скорость-время-расстояние», совместную работу — производительностью за единицу времени. Даже один правильно записанный закон задачи обычно показывает следующий шаг.

После завершения смешанного набора полезно классифицировать ошибки: неверно выбрана модель, потеряно ограничение, допущена вычислительная ошибка или ответ записан не в требуемой форме. Исправлять нужно причину, а не только конкретное число.



Подробные объяснения и разобранные примеры

Карта теории

Геометрия

Площадь трапеции $S = \frac{a+b}{2}h$; объём цилиндра $V = \pi r^2 h$. Сначала подпишите данные на рисунке. Размерность площади квадратная, объёма — кубическая.

Вероятность

Для равновозможных исходов $P = \frac{m}{n}$. При независимости вероятности перемножаются; для несовместимых событий складываются. Событие «хотя бы один» удобно считать через дополнение до 1.

Графики

Различайте f и f' . Переход знака производной $+$ $\rightarrow$ $-$ даёт максимум, $-$ $\rightarrow$ $+$ — минимум. Для прямой $y = kx + b$ две точки позволяют восстановить оба коэффициента.

Контроль ответа

До вычисления определите единицы, знак и примерный диапазон. В конце перечитайте вопрос: нужен корень, значение функции, длина, количество или вероятность.

На первых разборах проговаривайте, почему выбран каждый шаг. Перед последними двумя задачами закройте решение, составьте собственный план и только затем сравните его с разбором.

Разбор 1. Площадь трапеции

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Нужны оба основания и высота. Высота перпендикулярна основаниям.

Условие

Основания трапеции равны 14 и 20, высота равна 6. Найдите площадь трапеции по рисунку.

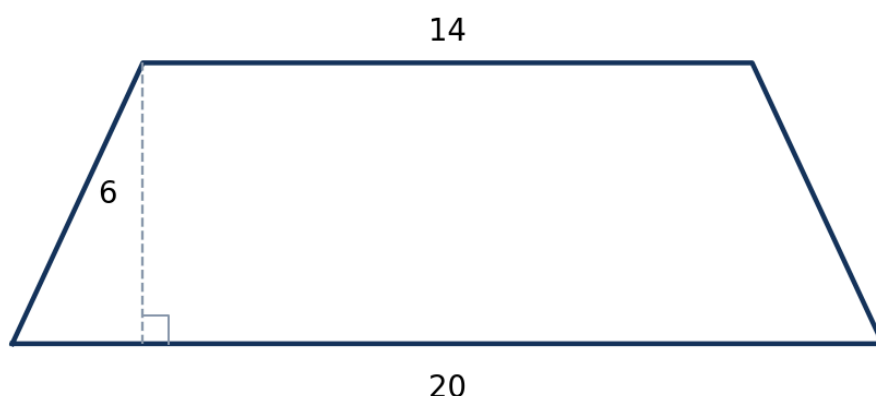


Иллюстрация к условию задания.



1. $a = 14, b = 20, h = 6$.

На рисунке основания параллельны, а высота соединяет их под прямым углом.

2. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Площадь равна произведению полусуммы оснований на высоту.

3. $a + b = 14 + 20 = 34; \frac{34}{2} = 17$.

Сначала считаем среднюю длину оснований.

4. $S = 17 \cdot 6 = 102$.

Умножаем её на высоту. Получаем площадь в квадратных единицах.

Проверка	Типичная ошибка
Площадь лежит между $14 \cdot 6 = 84$ и $20 \cdot 6 = 120$. Число 102 удовлетворяет оценке.	Умножать высоту только на одно основание или забывать деление на 2.

Ответ: 102

Разбор 2. Классическая вероятность

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Все шары считаем одинаково вероятными для выбора.

Условие

В коробке 2 красных и 8 синих шаров. Наугад выбирают один шар. Найдите вероятность выбрать красный шар.

1. Всего $2 + 8 = 10$ шаров.

Каждый шар — один равновозможный исход.

2. Подходят 2 красных шара.

Нас интересует цвет, но благоприятные исходы считаем по отдельным шарам.

3. $P = \frac{2}{10} = 0,2$.

Делим число благоприятных исходов на общее число исходов.

Проверка	Типичная ошибка
Красных шаров меньше половины, поэтому вероятность должна быть меньше 0,5.	Делить число красных шаров на число синих.

Ответ: 0,2

Разбор 3. Максимум по графику производной

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. На рисунке изображена производная, а не сама функция.

**Условие**

На рисунке изображён график производной функции; её нули имеют абсциссы $-2, 1, 4$. Сколько точек максимума имеет функция на показанном интервале?

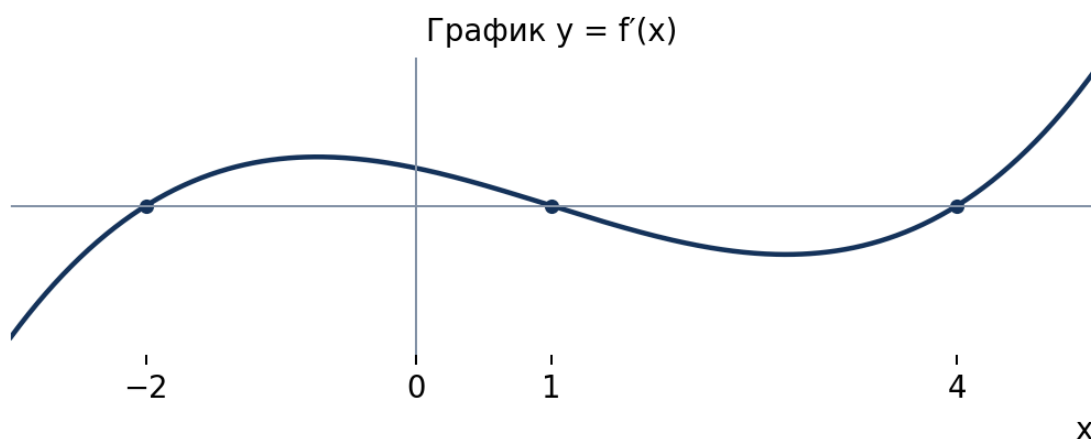


Иллюстрация к условию задания.

1. При $f'(x) > 0$ функция возрастает; при $f'(x) < 0$ убывает.
Знак производной задаёт направление изменения функции.
2. Слева направо знаки: $-$, $+$, $-$, $+$.
Читаем положение кривой относительно оси x , а не её наклон.
3. В точке $x = 1$ знак меняется с $+$ на $-$.
Возрастание сменяется убыванием — это максимум.
4. Такая точка одна.
В точках -2 и 4 переход обратный: там минимумы.

Проверка	Типичная ошибка
В ответе требуется количество точек, поэтому записываем 1, а не абсциссу по общему правилу. Здесь они случайно совпали.	Считать вершины самого графика производной.

Ответ: 1

Разбор 4. Хотя бы одно попадание

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Вероятности независимых событий перемножаются.

Условие

Вероятности попадания двух независимых стрелков равны $0,5$ и $0,4$. Найдите вероятность хотя бы одного попадания.

1. Противоположное событие — оба стрелка промахнулись.
Так проще учесть и одно, и два попадания без двойного счёта.
2. Вероятности промаха: $1 - 0,5 = 0,5$ и $1 - 0,4 = 0,6$.
Попадание и промах дополняют друг друга до вероятности 1.



3. $P(\text{два промаха}) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3$.

Используем независимость выстрелов.

4. $P(\text{хотя бы одно}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

Вычитаем вероятность противоположного события.

Проверка	Типичная ошибка
Прямой подсчёт: $0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,7$.	Складывать 0,5 и 0,4: при этом случай двух попаданий учитывается дважды.

Ответ: 0,7

Разбор 5. Путь на двух участках

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. На каждом участке используем $S = vt$.

Условие

Автомобиль ехал 1 ч со скоростью 55 км/ч и затем 4 ч со скоростью 70 км/ч. Найдите весь путь.

1. $S_1 = 55 \cdot 1 = 55$ км.

Первый участок: скорость 55 км/ч, время 1 час.

2. $S_2 = 70 \cdot 4 = 280$ км.

Второй участок считаем отдельно, потому что скорость изменилась.

3. $S = 55 + 280 = 335$ км.

Общий путь — сумма пройденных расстояний.

Проверка	Типичная ошибка
За 5 часов при скорости от 55 до 70 км/ч путь должен быть от 275 до 350 км.	Складывать скорости и умножать на сумму времён.

Ответ: 335

Разбор 6. Линейная функция по двум точкам

ПЕРЕД РЕШЕНИЕМ. Ищем коэффициенты $y = kx + b$.

Условие

На рисунке изображён график линейной функции, проходящей через точки $(0; 8)$ и $(1; 12)$. Найдите значение функции при $x = 2$.

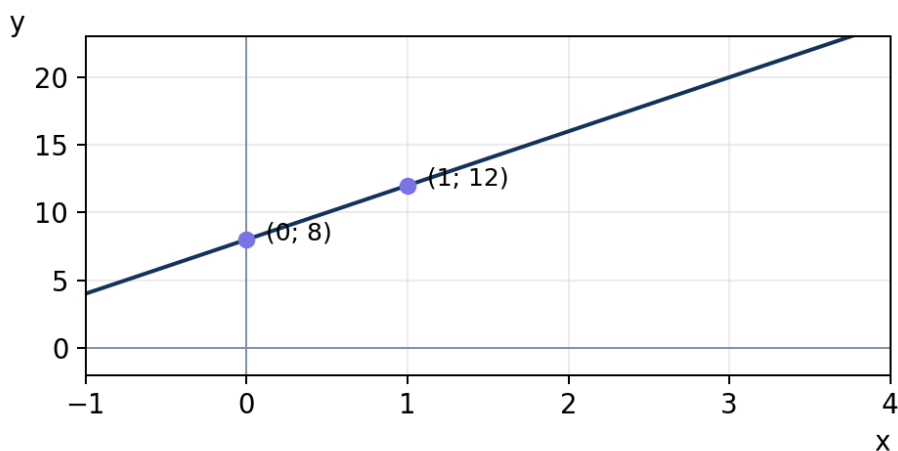


Иллюстрация к условию задания.

1. При $x = 0$ получаем $b = 8$.

Точка на вертикальной оси сразу задаёт свободный член.

2. $k = \frac{12-8}{1-0} = 4$.

Наклон — изменение значения функции, делённое на изменение аргумента.

3. $y = 4x + 8$; $y(2) = 4 \cdot 2 + 8 = 16$.

Подставляем требуемый аргумент, а не координату уже известной точки.

Проверка	Типичная ошибка
При переходе от $x = 1$ к $x = 2$ значение увеличивается на 4: $12 + 4 = 16$.	Путать аргумент x со значением функции y .

Ответ: 16

Разбор 7. Логарифм: решение в одну строку с проверкой

ИСТОЧНИК	УРОВЕНЬ	ТРЕНИРУЕМ
ФИПИ, открытый вариант КИМ ЕГЭ-2024, задание 7 Открыть источник	официальный КИМ • первая часть	разность логарифмов

Условие

Вычислите выражение:

$$\log_2 56 - \log_2 7$$

До решения: что заметить

Аргументы положительны, основание 2 допустимо.

Логарифмы имеют одинаковое основание — применяем правило частного.

В бланк переносится только число.



Решение по шагам

Шаг 1. Объединяем логарифмы. Разность превращаем в логарифм частного:

$$\log_2 56 - \log_2 7 = \log_2 \frac{56}{7}$$

Шаг 2. Сокращаем частное. $56/7 = 8$:

$$\log_2 \frac{56}{7} = \log_2 8$$

Шаг 3. Переходим к степени. Поскольку $8 = 2^3$:

$$\log_2 8 = 3$$

Проверка

Обратная проверка: $2^3 = 8$.

Ответ записывается как 3, без единиц.

ТИПИЧНАЯ ОШИБКА

Считать логарифмы десятичными приближениями. Точное свойство сразу сокращает выражение.

ОТВЕТ: 3

Разбор 8. Совместная работа двух мастеров

ИСТОЧНИК	УРОВЕНЬ	ТРЕНИРУЕМ
ФИПИ, открытый вариант КИМ ЕГЭ-2025, задание 10 Открыть источник	официальный КИМ • первая часть	скорость работы и единицы

Условие

Первый мастер выполняет заказ за 42 часа, второй — за 21 час. За сколько часов они выполнят его вместе?

До решения: что заметить

За единицу принимаем весь заказ.

Скорость работы — доля заказа за час.

Складываем скорости, а не времена.

Решение по шагам

Шаг 1. Записываем скорости. За час мастера выполняют:

$$v_1 = \frac{1}{42}, \quad v_2 = \frac{1}{21}$$

Шаг 2. Складываем. Приводим дроби к знаменателю 42:

$$v = \frac{1}{42} + \frac{2}{42} = \frac{1}{14}$$



Шаг 3. Находим время. Обратная величина к скорости:

$$t = \frac{1}{v} = 14$$

Проверка

14 часов меньше каждого индивидуального времени.

За 14 часов мастера выполнят $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$ заказа.

ТИПИЧНАЯ ОШИБКА

Сложить 42 и 21 или взять среднее. Складывать нужно производительности $\frac{1}{42}$ и $\frac{1}{21}$.

ОТВЕТ: 14 часов