



ПРОФИЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА · УРОК 26

Вклады и проценты

Ответы и пошаговые решения

Базовая тренировка: задания 1-12

Задание 1

Тренировка. финансовой модели

На вклад положили 100 000 рублей под 10% годовых. Найдите сумму через год.

Один год



Рисунок к заданию.

Решение

1. $q = 1,1$.
2. $100000 \cdot 1,1 = 110000$.

Ответ

110 000 рублей



Задание 2

Тренировка. финансовой модели

На вклад положили 80 000 рублей под 25% годовых. Найдите сумму через год.

Рост на 25 процентов



РАБОЧАЯ СХЕМА • БЕЗ РЕШЕНИЯ

Рисунок к заданию.

Решение

1. $q = 1,25$.
2. $80000 \cdot 1,25 = 100000$.

Ответ

100 000 **рублей**



Задание 3

Тренировка. финансовой модели

На вклад положили 120 000 рублей под 5% годовых с капитализацией. Найдите сумму через два года.

Два года по 5 процентов

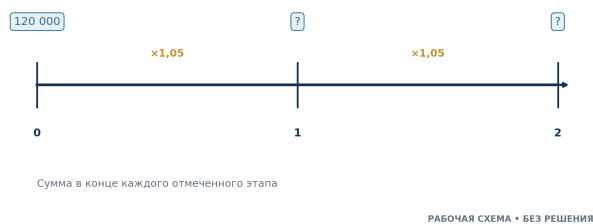


Рисунок к заданию.

Решение

1. $q = 1,05$.
2. $S = 120000 \cdot 1,05^2$.
3. $S = 132300$ рублей.

Ответ

132 300 рублей



Задание 4

Тренировка. финансовой модели

50 000 рублей разместили под 20% годовых на три года с капитализацией. Найдите итог.

Три года капитализации

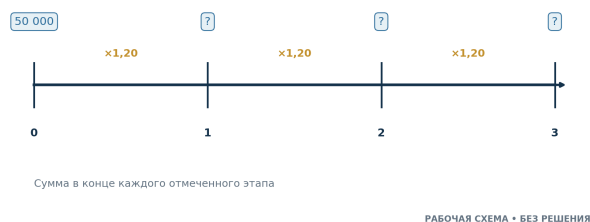


Рисунок к заданию.

Решение

1. $q = 1,2$.
2. $S = 50000 \cdot 1,2^3$.
3. $S = 86400$.

Ответ

86 400 рублей

Задание 5

Тренировка. финансовой модели

64 000 рублей разместили под 25% годовых на два года с капитализацией. Найдите итог.

Решение

1. $S = 64000 \cdot 1,25^2$.
2. $1,25^2 = 1,5625$.
3. $S = 100000$.

Ответ

100 000 рублей



Задание 6

Тренировка. финансовой модели

200 000 рублей разместили под 10% годовых на два года с ежегодной капитализацией. Пополнений и снятий не было. Найдите итоговую сумму.

Решение

1. $S = 200000 \cdot 1,1^2$.

2. $S = 242000$.

Ответ

242 000 рублей

Задание 7

Тренировка. финансовой модели

Через два года под 10% годовых с ежегодной капитализацией вклад стал равен 121 000 рублей. Пополнений и снятий не было. Найдите начальную сумму.

Решение

1. $1,21S_0 = 121000$.

2. $S_0 = 100000$.

Ответ

100 000 рублей

Задание 8

Тренировка. финансовой модели

После одного года под 20% вклад стал равен 108 000 рублей. Найдите начальную сумму.

Решение

1. $1,2S_0 = 108000$.

2. $S_0 = 90000$.

Ответ

90 000 рублей



Задание 9

Тренировка. финансовой модели

100 000 рублей за два года с ежегодной капитализацией превратились в 121 000 рублей. Найдите годовую ставку.

Решение

1. $q^2 = 1,21$.
2. $q = 1,1$.
3. Ставка $(1,1 - 1) \cdot 100\% = 10\%$.

Ответ

10%

Задание 10

Тренировка. финансовой модели

80 000 рублей за год превратились в 100 000 рублей. Найдите процентную ставку.

Решение

1. $q = \frac{100000}{80000} = 1,25$.
2. Ставка равна 25%.

Ответ

25%

Задание 11

Тренировка. финансовой модели

На 150 000 рублей начисляют простые 8% годовых в течение трёх лет. Найдите итоговую сумму.

Решение

1. Ежегодный доход $150000 \cdot 0,08 = 12000$.
2. За три года доход 36000.
3. Итог 186000.

Ответ

186 000 **рублей**



Задание 14

Тренировка. Подготовительная модель • вклады и проценты

На счёте 80 000 рублей. В конце каждого из двух лет сначала начисляют 25 %, затем вносят 10 000 рублей. Найдите итоговую сумму.

Решение

$$1. S_1 = 80000 \cdot 1,25 + 10000 = 110000.$$

$$2. S_2 = 110000 \cdot 1,25 + 10000 = 147500.$$

Ответ

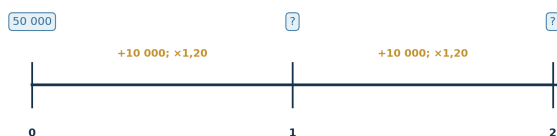
147 500 рублей

Задание 15

Тренировка. Подготовительная модель • вклады и проценты

На счёте 50 000 рублей. В начале каждого из двух лет вносят 10 000 рублей, после чего начисляют 20 %. Найдите итоговую сумму.

Внос в начале года



Сумма в конце каждого отмеченного этапа

РАБОЧАЯ СХЕМА • БЕЗ РЕШЕНИЯ

Рисунок к заданию.

Решение

$$1. S_1 = (50000 + 10000) \cdot 1,2 = 72000.$$

$$2. S_2 = (72000 + 10000) \cdot 1,2 = 98400.$$

Ответ

98 400 рублей



Задание 16

Тренировка. Подготовительная модель • вклады и проценты

На счёте 100 000 рублей. Сравните два варианта на один год: внести 20 000 рублей до начисления 10 % или после начисления. На сколько рублей отличаются итоги?

Решение

1. В начале: $(100000 + 20000) \cdot 1,1 = 132000$.

2. В конце: $100000 \cdot 1,1 + 20000 = 130000$.

3. Разница 2000 рублей.

Ответ

2 000 рублей

Задание 17

Тренировка. Подготовительная модель • вклады и проценты

Начальная сумма равна нулю. В конце каждого из трёх лет после начисления 10 % вносят 30 000 рублей. Найдите сумму на счёте после третьего взноса.

Решение

1. После первого года и взноса: 30000.

2. После второго: $30000 \cdot 1,1 + 30000 = 63000$.

3. После третьего: $63000 \cdot 1,1 + 30000 = 99300$.

Ответ

99 300 рублей

Задание 18

Тренировка. Подготовительная модель • вклады и проценты

Начальная сумма равна нулю. В начале каждого из трёх лет вносят 30 000 рублей, затем начисляют 10 %. Найдите сумму после третьего начисления.

Решение

1. $S_1 = 30000 \cdot 1,1 = 33000$.

2. $S_2 = (33000 + 30000) \cdot 1,1 = 69300$.

3. $S_3 = (69300 + 30000) \cdot 1,1 = 109230$.

Ответ

109 230 рублей



Задание 19

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 60+

В конце каждого из двух лет после начисления 20 % вносят 15 000 рублей. После второго взноса на счёте 177 000 рублей. Найдите начальную сумму.

Решение

1. Пусть начальная сумма S_0 .
2. $S_2 = 1,2 (1,2S_0 + 15000) + 15000 = 1,44S_0 + 33000$.
3. $1,44S_0 = 144000$, поэтому $S_0 = 100000$.

Ответ

100 000 рублей

Задание 20

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 60+

На счёте 100 000 рублей. В конце каждого из двух лет после начисления 10 % вносят одну и ту же сумму. После второго взноса стало 163 000 рублей. Найдите ежегодный взнос.

Решение

1. $S_2 = 1,1 (1,1 \cdot 100000 + A) + A$.
2. $163000 = 121000 + 2,1A$.
3. $A = 20000$.

Ответ

20 000 рублей



Задание 21

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 60+

На счёте 200 000 рублей. В конце каждого из двух лет сначала начисляют 10 %, затем снимают одинаковую сумму. После второго снятия осталось 179 000 рублей. Найдите размер ежегодного снятия.

Решение

1. **Шаг 1.** Обозначим ежегодное снятие через A рублей и запишем движение денег по годам.

2.

$$(200000 \cdot 1,10 - A) \cdot 1,10 - A = 179000.$$

3. **Шаг 2.** Раскроем скобки и решим линейное уравнение.

4.

$$242000 - 2,10A = 179000, \quad A = 30000.$$

Ответ

30 000 рублей

Задание 22

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 60+

На счёте 150 000 рублей. В конце каждого из двух лет сначала начисляют 20 %, затем снимают одинаковую сумму. После второго снятия осталось 172 000 рублей. Найдите размер ежегодного снятия.

Решение

1. **Шаг 1.** Пусть ежегодное снятие равно A рублей.

2.

$$(150000 \cdot 1,20 - A) \cdot 1,20 - A = 172000.$$

3. **Шаг 2.** Приведём подобные слагаемые.

4.

$$216000 - 2,20A = 172000, \quad A = 20000.$$

Ответ

20 000 рублей



Задание 23

ЕГЭ. формат ЕГЭ · линия 16 · уровень 60+

Сравнивают два вклада по 100 000 рублей на один год: 12 % с начислением один раз в конце года и 6 % с начислением каждые полгода. На сколько рублей второй вклад выгоднее первого?

Решение

1. **Шаг 1.** Для первого вклада процент начисляют один раз.

2.

$$S_1 = 100000 \cdot 1,12 = 112000.$$

3. **Шаг 2.** Для второго вклада происходят два последовательных начисления по 6 %.

4.

$$S_2 = 100000 \cdot 1,06^2 = 112360.$$

5.

$$S_2 - S_1 = 360.$$

Ответ

360 рублей

Задание 24

ЕГЭ. формат ЕГЭ · линия 16 · уровень 60+

Сравнивают два вклада по 100 000 рублей на два года: 20 % с ежегодной капитализацией и 10 % каждые полгода. На сколько рублей второй вклад выгоднее первого?

Решение

1. **Шаг 1.** При ежегодной капитализации за два года будет два начисления по 20 %.

2.

$$S_1 = 100000 \cdot 1,20^2 = 144000.$$

3. **Шаг 2.** Во втором варианте за два года будет четыре полугодовых начисления.

4.

$$S_2 = 100000 \cdot 1,10^4 = 146410.$$

5.

$$S_2 - S_1 = 2410.$$

Ответ

2 410 рублей



Задание 25

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

Банк начисляет 10 % каждые полгода. Найдите эффективный процент роста вклада за один год.

Решение

1. **Шаг 1.** За год выполняются два последовательных умножения на 1,10.
- 2.

$$q = 1,10^2 = 1,21.$$

3. **Шаг 2.** Коэффициент 1,21 соответствует росту на 21 %.

Ответ

21 %

Задание 26

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

Вклад за год вырос на 10 %, а цены за тот же год — на 5 %. Найдите точный коэффициент изменения покупательной способности денег на вкладе.

Решение

1. **Шаг 1.** Номинальная сумма увеличилась на 1,10, а уровень цен — на 1,05.
- 2.

$$q_{\text{реал}} = \frac{1,10}{1,05} = \frac{22}{21}.$$

3. **Шаг 2.** Коэффициент больше единицы, значит покупательная способность выросла.

Ответ

$$\frac{22}{21}$$



Задание 27

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

На счёте 64 000 рублей. В конце каждого из трёх лет сначала начисляют 25 %, затем снимают 5 000 рублей. Найдите остаток после третьего снятия.

Решение

1. **Шаг 1.** Последовательно применяем правило «начислить проценты, затем снять 5 000 рублей».

2.

$$S_1 = 64000 \cdot 1,25 - 5000 = 75000.$$

3.

$$S_2 = 75000 \cdot 1,25 - 5000 = 88750.$$

4.

$$S_3 = 88750 \cdot 1,25 - 5000 = 105937,50.$$

Ответ

105 937,50 рубля

Задание 28

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

На счёте 80 000 рублей. В конце каждого года сначала начисляют 10 %, затем вносят 20 000 рублей. Через сколько полных лет сумма впервые превысит 150 000 рублей?

Решение

1. **Шаг 1.** Вычислим суммы после каждого ежегодного взноса.

2.

$$S_1 = 80000 \cdot 1,10 + 20000 = 108000.$$

3.

$$S_2 = 108000 \cdot 1,10 + 20000 = 138800.$$

4.

$$S_3 = 138800 \cdot 1,10 + 20000 = 172680.$$

5. **Шаг 2.** Впервые порог 150 000 рублей превышен после третьего года.

Ответ

3 года



Задание 29

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

На счёте 100 000 рублей. В конце каждого из двух лет после начисления одной и той же ставки вносят 20 000 рублей. После второго взноса стало 163 000 рублей. Найдите годовую ставку.

Решение

1. **Шаг 1.** Пусть $q = 1 + \frac{p}{100}$ — коэффициент ежегодного роста.

2.

$$(100000q + 20000)q + 20000 = 163000.$$

3. **Шаг 2.** В тысячах рублей получаем квадратное уравнение.

4.

$$100q^2 + 20q - 143 = 0.$$

5.

$$D = 57600, \quad q = 1, 10.$$

6. **Шаг 3.** Следовательно, $p = 10\%$.

Ответ

10 %

Второй корень уравнения для коэффициента равен $-1,3$ и исключается: коэффициент роста суммы должен быть положительным.

Задание 30

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

На счёте 50 000 рублей. В начале каждого из двух лет вносят 10 000 рублей, затем начисляют одну и ту же ставку. После второго начисления стало 98 400 рублей. Найдите годовую ставку.

Решение

1. **Шаг 1.** Пусть $q = 1 + \frac{p}{100}$. Взнос делают до начисления процентов.

2.

$$(60000q + 10000)q = 98400.$$

3. **Шаг 2.** Решим уравнение в тысячах рублей.

4.

$$60q^2 + 10q - 98,4 = 0, \quad q = 1, 20.$$

5. **Шаг 3.** Значит, годовая ставка равна 20 %.

Ответ

20 %

Берём положительный корень уравнения для q . Отрицательное значение коэффициента не соответствует модели вклада.



Задание 31

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

Начальная сумма равна нулю. В конце каждого из трёх лет после начисления 10 % вносят одинаковую сумму. После третьего взноса на счёте 331 000 рублей. Найдите ежегодный взнос.

Решение

1. **Шаг 1.** Последний взнос не успеваает получить проценты, предпоследний растёт один год, первый — два года.

2.

$$A(1 + 1,10 + 1,10^2) = 331000.$$

3.

$$3,31A = 331000, \quad A = 100000.$$

Ответ

100 000 рублей

Задание 32

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

Начальная сумма равна нулю. В начале каждого из трёх лет вносят одинаковую сумму, затем начисляют 10 %. После третьего начисления на счёте 364 100 рублей. Найдите ежегодный взнос.

Решение

1. **Шаг 1.** Взносы в начале первого, второго и третьего года получают соответственно три, два и одно начисление.

2.

$$A(1,10^3 + 1,10^2 + 1,10) = 364100.$$

3.

$$3,641A = 364100, \quad A = 100000.$$

Ответ

100 000 рублей



Задание 33

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

На вклад положили 100 000 рублей. За первый год сумма выросла на 10 %, а за второй — на p %. Через два года стало 132 000 рублей. Найдите p .

Решение

1. **Шаг 1.** После первого года на счёте 110 000 рублей.

2.

$$100000 \cdot 1,10 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = 132000.$$

3. **Шаг 2.** Второй коэффициент роста равен 1,20, поэтому $p = 20$ %.

Ответ

20 %

Задание 34

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

На счёте 300 000 рублей. В конце каждого из двух лет сначала начисляют 10 %, затем снимают 100 000 рублей. Найдите остаток после второго снятия.

Решение

1. **Шаг 1.** После первого начисления и снятия остаётся 230 000 рублей.

2.

$$S_1 = 300000 \cdot 1,10 - 100000 = 230000.$$

3. **Шаг 2.** Повторим ту же операцию во втором году.

4.

$$S_2 = 230000 \cdot 1,10 - 100000 = 153000.$$

Ответ

153 000 рублей



Задание 35

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

Сравнивают два вклада по 100 000 рублей на год. По первому начисляют 12 % в конце года и удерживают комиссию 1 000 рублей. По второму начисляют 5 % каждые полгода без комиссии. Какой вклад выгоднее и на сколько рублей?

Решение

1. **Шаг 1.** Рассчитаем итог первого вклада с учётом комиссии.

2.

$$S_1 = 100000 \cdot 1,12 - 1000 = 111000.$$

3. **Шаг 2.** Во втором вкладе процент начисляется дважды.

4.

$$S_2 = 100000 \cdot 1,05^2 = 110250.$$

5.

$$S_1 - S_2 = 750.$$

Ответ

первый вклад; на 750 рублей

Задание 36

ЕГЭ. формат ЕГЭ • линия 16 • уровень 75+

100 000 рублей распределили между двумя вкладами: один под 10 %, другой под 20 % годовых. Через год общая сумма стала 118 000 рублей. Сколько рублей положили под 20 %?

Решение

1. **Шаг 1.** Пусть x рублей положили под 20 %, тогда $100000 - x$ рублей — под 10 %.

2.

$$1,20x + 1,10(100000 - x) = 118000.$$

3. **Шаг 2.** Решим полученное линейное уравнение.

4.

$$0,10x = 8000, \quad x = 80000.$$

Ответ

80 000 рублей



Повторение: задания 37–40

Задание 37

Повторение. накопительное повторение • формат ЕГЭ

Решите $\log_2 x \geq 3$.

Решение

- ОДЗ: $x > 0$.
- Функция возрастает: $x \geq 8$.

Ответ

$[8; +\infty)$

Задание 38

Повторение. накопительное повторение • формат ЕГЭ

Решите $\frac{x-3}{x+2} < 0$.

Решение

- Критические точки -2 и 3 .
- Отрицательный знак между ними.

Ответ

$(-2; 3)$

Задание 39

Повторение. накопительное повторение • формат ЕГЭ

Решите $3^x = 27$.

Решение

- $27 = 3^3$.
- $x = 3$.

Ответ

3



Задание 40

Повторение. накопительное повторение • формат ЕГЭ

Радиус цилиндра равен 2, высота 6. Найдите объём.

Решение

1. $V = \pi r^2 h.$

2. $V = 24\pi.$

Ответ

24π