



Функции и графики

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

01. Свойства и базовые методы: задания 1-10

Задание 1

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{x-2}$.

Задание 2

Найдите область определения функции $f(x) = \frac{1}{x+4}$.

Задание 3

Найдите область значений функции.

$$y = (x-1)^2 + 3$$

Задание 4

Найдите нули функции.

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

Задание 5

Решите неравенство и укажите, где функция положительна.

$$(x - 2)(x + 1) > 0$$

Задание 6

Найдите абсциссу вершины и наименьшее значение функции.

$$y = x^2 - 4x + 1$$

Задание 7

Опишите преобразование графика $y = x^2$, после которого получается график $y = (x - 3)^2 + 2$.

Задание 8

Укажите область значений и наибольшее значение функции.

$$y = -|x|$$

Задание 9

Определите, является ли функция чётной, нечётной или ни той ни другой.

$$f(x) = x^4 + 2x^2$$

Задание 10

Функция задана кусочно:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$$

Найдите $f(-2)$, $f(0)$ и область значений. Объясните, какой точкой задаётся значение при $x = 0$.

02. Графики и связка методов: задания 11-16**Задание 11**

Найдите абсциссу точки пересечения графиков.

$$y = 2x + 1, y = x + 4$$

Задание 12

Сколько решений имеет уравнение?

$$x^2 = 4$$

Задание 13

Решите уравнение.

$$|x - 2| = 3$$

Задание 14

Найдите область определения функции.

$$f(x) = \log_2(x - 1)$$

Задание 15

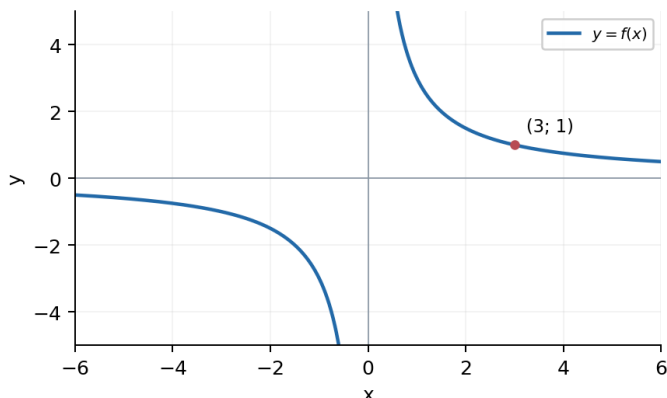
Найдите область значений функции.

$$y = 2^x + 1$$

Задание 16

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите $f(30)$.

Источник: задание 11 официальной демоверсии ФИПИ ЕГЭ-2026, вариант с гиперболой. Рисунок построен заново с теми же данными.



Задание 16. Гипербола проходит через отмеченную точку (3; 1).

03. Повторение пройденного: задания 17-20**Задание 17**

Повторение показательных неравенств. Решите $2^x > 8$.

Задание 18

Повторение рациональных неравенств. Решите $\frac{x-1}{x+2} \leq 0$.

Задание 19

Повторение отбора тригонометрических корней. Сколько корней имеет $\sin x = 0$ на $[0; 2\pi]$?

Задание 20

Повторение иррациональных уравнений. Решите $\sqrt{x+1} = x-1$.

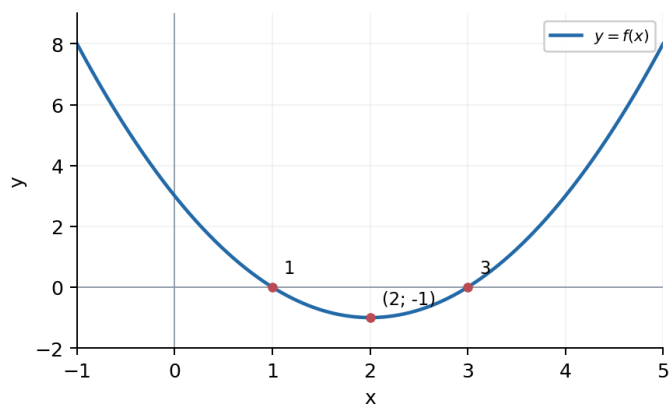
04. Составные задачи: задания 21-30**Задание 21**

Укажите характер монотонности функции на всей области определения.

$$y = -2x + 5$$

Задание 22

По изображённому графику найдите нули функции, координаты вершины, промежутки монотонности и область значений. График - парабола, продолженная на всю числовую прямую.



Задание 22. Нули и вершина изображённой параболы.

Задание 23

Сколько нулей имеет функция?

$$y = |x^2 - 4|$$

Задание 24

Решите уравнение $|x| = x + 2$, интерпретируя ответ как пересечение двух графиков.

Задание 25

При каких k прямая $y = k$ пересекает график $y = x^2 - 4x + 5$ в двух различных точках?

Задание 26

Найдите область определения функции $f(x) = \log_2(5 - x^2)$.

Задание 27

Найдите обратную функцию для $f(x) = 2x - 3$, заданной на $\mathbb{R}$, и докажите, что она определена на всей числовой прямой.

Задание 28

Найдите область значений функции.

$$y = |x^2 - 4|$$

Задание 29

Сколько различных решений имеет уравнение $|x - 1| = 2 - x$? Найдите их.

Задание 30

Найдите наибольшее значение функции.

$$y = -x^2 + 6x - 5$$

05. Развёрнутое обоснование: задания 31-34**Задание 31**

Найдите абсциссы точек пересечения графиков.

$$y = x^2, y = 2x + 3$$

Задание 32

Для функции $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ найдите область определения, область значений, нуль и обратную функцию. Объясните, почему нельзя восстановить исключённую точку сокращением.

Задание 33

Для каждого действительного a определите число различных корней уравнения

$$|x^2 - 4x + 3| = a.$$

Найдите все значения a , при которых уравнение имеет ровно четыре различных корня.

Задание 34

Найдите все действительные значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 1} = a$$

имеет ровно один действительный корень.

06. Сложные задачи и параметры: задания 35-40**Задание 35**

Для каждого действительного a определите число различных корней уравнения

$$|(x - 2)^2 - 1| = a|x - 2| + 1.$$

Задание 36

Для действительного a найдите область значений функции

$$f_a(x) = \frac{x^2 + 2ax + 3}{x^2 + 1}.$$

При каких a длина промежутка значений равна 4?

Задание 37

Для каждого действительного a определите число различных корней уравнения $x^2 + 1 = a|x - 1|$.

Задание 38

На $(0; +\infty)$ задана функция $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Для каждого действительного a определите число решений $f(f(x)) = a$. Решите уравнение при $a = \frac{10}{3}$.

Задание 39

Для каждого действительного a определите число различных корней уравнения $|(x - 2)^2 - 1| = a(x - 2) + 1$.

Задание 40

Пусть $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Для каждого действительного a определите число различных корней уравнения $f(f(x)) = a$.

Задание 16 основано на варианте задания 11 официальной демоверсии ФИПИ ЕГЭ-2026. Остальные задания - авторские учебные материалы курса.