



ПРОФИЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА · УРОК 29

Чётность и делимость

Задания для самостоятельной работы

Базовая тренировка: задания 1-12

Задание 1

*Тренировка. чётность и остатки*Определите чётность суммы $17 + 35 + 48$.

Задание 2

Тренировка. чётность и остатки

Найдите остаток 47 при делении на 5.

Задание 3

*Тренировка. чётность и остатки*Найдите остаток 3^{20} при делении на 4.

Задание 4

Тренировка. чётность и остатки

Докажите, что сумма двух последовательных чисел нечётна.

Задание 5

*Тренировка. чётность и остатки*Найдите остаток числа $10^6 + 7$ при делении на 9.

Задание 6

Тренировка. чётность и остатки

Может ли произведение четырёх нечётных чисел быть чётным?

Задание 7

*Тренировка. чётность и остатки*Найдите остаток 2^{10} при делении на 3.



Задание 8

Тренировка. чётность и остатки

Докажите, что n^2 и n имеют одинаковую чётность.

Задание 9

Тренировка. чётность и остатки

Какие остатки может давать квадрат целого числа при делении на 4?

Задание 10

Тренировка. чётность и остатки

Найдите НОД чисел 84 и 126.

Задание 11

Тренировка. чётность и остатки

Докажите, что произведение двух последовательных чисел делится на 2.

Задание 12

Тренировка. чётность и остатки

Найдите последнюю цифру числа 7^4 .

Подготовительные и экзаменационные задачи: задания 13–36

Задание 13

Тренировка. Подготовительная модель • чётность и делимость

Могут ли квадраты двух целых чисел в сумме дать 2026? Если могут, приведите пример; если нет, докажите невозможность.

Задание 14

Тренировка. Подготовительная модель • чётность и делимость

Могут ли квадраты двух целых чисел в сумме дать 2027? Обоснуйте ответ.

Задание 15

Тренировка. Подготовительная модель • чётность и делимость

Может ли разность квадратов двух целых чисел быть равна 2026? Обоснуйте ответ.



Задание 16

Тренировка. Подготовительная модель • чётность и делимость

Докажите, что число $n^5 - n$ делится на 30 при любом целом n .

Задание 17

Тренировка. Подготовительная модель • чётность и делимость

Докажите, что число $n^3 + 5n$ делится на 6 при любом целом n .

Задание 18

Тренировка. Подготовительная модель • чётность и делимость

При каких целых n число $n^2 + n + 4$ делится на 5? Ответ запишите в виде класса остатков.

Задание 19

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Для каких натуральных n число $3^n + 4^n$ делится на 5? Ответ запишите через остаток n по модулю 4.

Задание 20

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Найдите наименьшее натуральное n , для которого $2^n - 1$ делится на 7. Обоснуйте минимальность.

Задание 21

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Может ли сумма квадратов четырёх нечётных целых чисел делиться на 8? Обоснуйте ответ.

Задание 22

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

При каких целых n выражение $n^2 + 2n + 5$ делится на 8? Ответ запишите через остаток n по модулю 4.

Задание 23

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Докажите, что число $10^n + 8$ делится на 9 при любом натуральном n .



Задание 24

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Докажите, что число $n^3 - n$ делится на 6 при любом целом n .

Задание 25

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Докажите: если n^2 делится на 3, то и целое число n делится на 3.

Задание 26

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Найдите наименьшее число, записанное только цифрами 1, которое делится на 37. Обоснуйте минимальность.

Задание 27

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Найдите все натуральные числа, не превосходящие 50, которые при делении на 3 дают остаток 2, а при делении на 5 — остаток 3. Найдите их сумму.

Задание 28

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Может ли сумма квадратов двух последовательных целых чисел делиться на 4? Обоснуйте ответ.

Задание 29

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Может ли сумма квадратов двух целых чисел давать остаток 6 при делении на 8? Обоснуйте ответ.

Задание 30

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

При каких целых n число $n^2 + n + 4$ делится на 4? Ответ запишите через остаток n по модулю 4.

Задание 31

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Сумма двух целых чисел нечётна. Докажите, что сумма их квадратов нечётна, а произведение чётно.



Задание 32

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Может ли произведение двух последовательных целых чисел давать остаток 1 при делении на 4? Обоснуйте ответ.

Задание 33

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Какими цифрами может оканчиваться квадрат целого числа? Обоснуйте полноту списка.

Задание 34

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Для каких натуральных n число $10^n - 1$ делится на 27? Ответ запишите через остаток n по модулю 3.

Задание 35

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Докажите: если сумма квадратов двух целых чисел делится на 4, то оба числа чётны.

Задание 36

ЕГЭ. формат ЕГЭ • пункт 19а • полная запись

Сумма пяти целых чисел чётна. Сколько нечётных слагаемых может быть среди этих пяти чисел? Обоснуйте ответ.

Повторение: задания 37–40

Задание 37

Повторение. накопительное повторение • линия 16 • формат ЕГЭ

В июле банк выдал кредит в размере 1 000 тыс. рублей на 5 лет. Каждый январь долг увеличивается на 12%, после чего одним платежом уменьшается так, чтобы к июлю каждого следующего года долг становился на одну и ту же величину меньше. Найдите общую сумму всех выплат за весь срок. Ответ дайте в тысячах рублей.



Задание 38

Повторение. накопительное повторение • линия 16 • формат ЕГЭ

Первоначальная сумма кредита — 1 200 тыс. рублей. Кредит выдан на 5 лет под 10% годовых. После начисления процентов вносится один платёж. За первые 3 года основной долг равномерно уменьшается до 300 тыс. рублей, а в оставшиеся 2 года — до нуля. Найдите общую сумму выплат. Ответ дайте в тысячах рублей.

Задание 39

Повторение. накопительное повторение • линия 15 • формат ЕГЭ

Решите неравенство $\log_2 (x - 1) \geq 3$.

Задание 40

Повторение. накопительное повторение • линия 13 • формат ЕГЭ

а) Решите уравнение $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$. б) Найдите корни, принадлежащие отрезку $[-1; 1]$.