

Урок 5. Таблицы, диаграммы и статистические данные

Таблицы и диаграммы помогают сравнивать данные, но для верного ответа нужно учитывать шкалу, единицы и смысл вопроса. Разберём, как читать графики, вычислять среднее арифметическое, медиану и размах, а также сравнивать относительные частоты.

В семи примерах разобраны чтение таблиц, линейный график, столбчатая и круговая диаграммы, средние значения и доли. После теории можно решить 40 заданий или скачать материалы для печати.

01. Как читать таблицу без ошибок

Таблица связывает объекты с их характеристиками. Сначала прочитайте название, затем заголовки строк и столбцов, потом единицы измерения. Найденная ячейка имеет смысл только вместе с этими подписями. Число 3,2 в столбце «млн рублей» означает 3 200 000 рублей.

Полезный порядок работы:

1. Выделите вопрос: требуется значение, сумма, разность, отношение или процент?
2. Найдите нужный объект и нужную характеристику.
3. Проверьте единицы и условия отбора, например «не менее 24 месяцев».
4. Выполните вычисление и дайте ответ именно в запрошенной форме.

Фраза «на сколько больше» требует вычитания. Фраза «во сколько раз больше» - деления на сравниваемое значение, если оно ненулевое. Для «на сколько процентов больше» разность делят на исходную базу и умножают на 100%.

02. Линейный график и столбчатая диаграмма

На линейном графике по горизонтальной оси часто откладывают время, а по вертикальной - измеряемую величину. Чтобы найти значение в момент времени, найдите его на горизонтальной оси, перейдите к графику и прочитайте вертикальную координату.

Проверьте шкалу. Одно деление может означать 1, 2, 5 или другое число единиц. Ось не обязана начинаться с нуля. Нельзя оценивать разность только по визуальной высоте без чтения подписей.

Изменение величины равно конечному значению минус начальное. Если температура упала с 8 °C до 3 °C, изменение равно -5 °C, а снижение - 5 °C. Средняя скорость изменения за 2 часа равна $\frac{3-8}{2} = -2,5$ °C в час.

Столбчатая диаграмма сравнивает категории. Для каждого столбца определяют его подпись и значение по общей шкале. Самый высокий столбец показывает максимум величины, но ответом может требоваться название категории, номер месяца или само число - это определяется вопросом.

03. Круговая диаграмма: часть и целое

Весь круг соответствует 100% или 360° . Поэтому сектор с углом 90° составляет $\frac{90}{360} = \frac{1}{4} = 25\%$ целого. Если на диаграмме сразу подписаны проценты, повторно измерять углы не нужно.

Чтобы найти количество объектов в категории, умножьте общее количество на её долю. При 240 участниках доля 25% означает 60 участников. Если нужно несколько непересекающихся категорий, можно сначала сложить их доли.

При переводе объектов из одной группы в другую изменяются обе группы. Если в первой 126 человек, во второй 90, разность равна 36. Перевод одного человека уменьшает эту разность на 2, поэтому для равенства нужно перевести 18 человек.

04. Среднее арифметическое и взвешенное среднее

Среднее арифметическое - сумма всех значений, делённая на их количество: $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$. Повторяющиеся значения учитываются столько раз, сколько они встречаются. Например, среднее чисел 3, 3 и 9 равно 5, а не 6.

Если известны среднее и число наблюдений, можно восстановить сумму: $S = n\bar{x}$. Для пяти чисел со средним 12 сумма равна 60. Если четыре известных числа дают сумму 43, пятое равно 17.

Когда нужны веса

Если значения встречаются с разной частотой, каждое значение умножают на число его повторений. Среднее трёх оценок 4 и двух оценок 5 равно $\frac{3 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{3 + 2} = 4,4$.

Если веса заданы долями и в сумме равны 1, итог можно найти суммой произведений. При весах 40% и 60% результаты 70 и 90 дают $70 \cdot 0,4 + 90 \cdot 0,6 = 82$. При произвольных положительных весах сумму произведений нужно разделить на сумму весов.

05. Медиана, размах и частота

Для медианы сначала упорядочивают данные. При нечётном количестве берут центральное число. При чётном - среднее двух центральных. У набора 2, 5, 7, 20 медиана равна $\frac{5+7}{2} = 6$. Она может отсутствовать среди исходных значений.

Размах - максимум минус минимум. У того же набора размах равен $20 - 2 = 18$. Среднее, медиана и размах отвечают на разные вопросы: их нельзя подменять друг другом.

Относительная частота события равна числу его наступлений, делённому на общее число наблюдений. Если событие произошло 18 раз из 600, частота равна $\frac{18}{600} = 0,03 = 3\%$. Частота находится между 0 и 1, а процент - между 0% и 100%.

Как сравнивать разные группы

При разных объёмах выборки сравнивайте доли, если вопрос относится к распространённости события. Четырнадцать возвратов из 350 - это 4%, а восемнадцать из 600 - 3%. В первой группе возвратов меньше по количеству, но больше по доле.

Вычисления по графикам сохраняйте точными, пока условие не потребует округления. Например, среднее 7, 15 и 12 равно $\frac{34}{3}$; запись 11,3 является только приближением.

06. Примеры с пошаговыми решениями

Разбор 1. Чтение таблицы по строке, столбцу и единице

Условие

В таблице указан расход электроэнергии семьи по месяцам. На сколько расход в марте больше, чем в феврале?

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель
Расход, кВт·ч	420	380	460	440

Короткое правило.

Маршрут чтения таблицы: заголовок → единица → нужный столбец → значение → требуемое действие.

До вычислений.

В марте значение больше. Ответ - разность двух расходов, а не сам расход марта.

1. Находим нужные ячейки

$$x_{\text{март}} = 460, \quad x_{\text{февраль}} = 380$$

Берём значения из одной строки и проверяем единицу измерения.

2. Находим увеличение

$$460 - 380 = 80$$

Фраза «на сколько больше» требует вычитания.

Проверка. $380 + 80 = 460$; единица ответа - кВт·ч.

Типичная ошибка. Записать 460, ответив на вопрос «сколько в марте», а не «на сколько больше».

Ответ. 80 кВт·ч; в краткий ответ переносится 80.

Разбор 2. Линейный график: значение и изменение

Условие

По графику определите, на сколько градусов повысилась температура с 9:00 до 15:00.

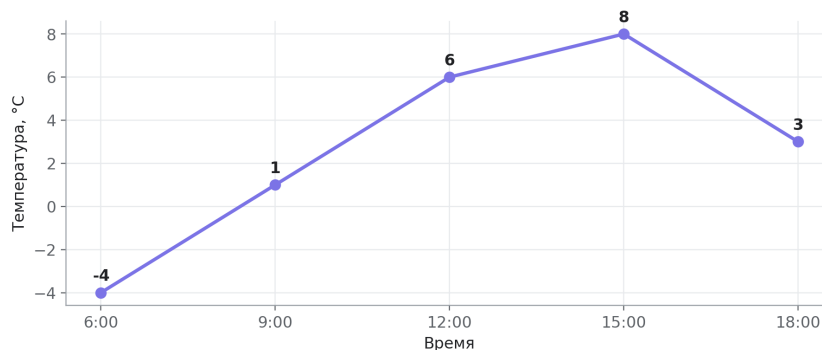


Рис. 1: Температура в 6, 9, 12, 15 и 18 часов: -4 , 1 , 6 , 8 и 3 °C.

Короткое правило.

Сначала определяем цену деления оси, затем читаем два значения. Изменение равно конечному значению минус начальное.

До вычислений.

Точка в 15:00 выше точки в 9:00, поэтому изменение положительное.

1. Читаем начальное значение

$$T_9 = 1$$

Точка над 9:00 расположена на уровне 1 °C.

2. Читаем конечное значение

$$T_{15} = 8$$

Точка над 15:00 расположена на уровне 8 °C.

3. Находим изменение

$$8 - 1 = 7$$

Фраза «на сколько повысилась» означает разность конечного и начального значения.

Проверка. Температура выросла от 1 до 8 ; семь единичных делений дают 7 °C.

Типичная ошибка. Ответить 8 , прочитав только конечную точку.

Ответ. на 7 °C.

Разбор 3. Столбчатая диаграмма

Условие

Диаграмма показывает продажи четырёх моделей за месяц. На сколько продажи модели D больше продаж модели C?

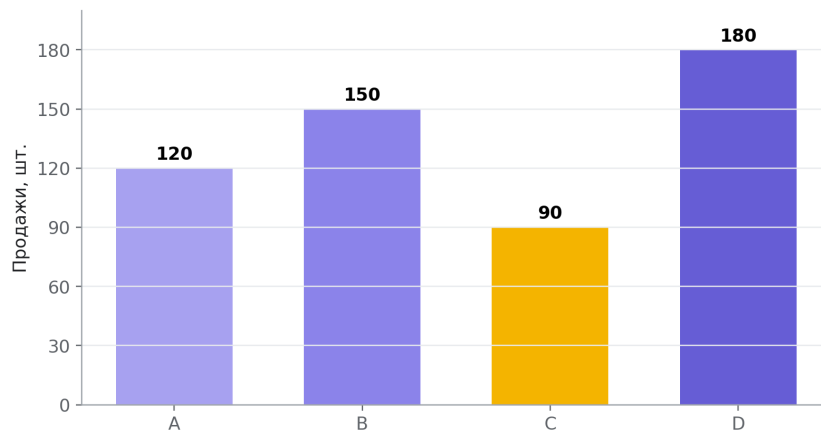


Рис. 2: Продажи моделей A, B, C и D: 120, 150, 90 и 180 единиц.

Короткое правило.

Высоту столбца читаем по общей шкале. Для вопроса «на сколько» находим разность.

До вычислений.

Столбец D примерно вдвое выше C. Разность должна быть близка к значению C.

1. Считываем значения столбцов

$$D = 180, \quad C = 90$$

Оба значения читаются по одной вертикальной шкале.

2. Находим разность

$$180 - 90 = 90$$

Сравниваем продажи D с продажами C.

Проверка. $180 = 2 \cdot 90$, поэтому превышение равно ещё одному значению 90.

Типичная ошибка. Сложить 180 и 90 или ответить отношением 2 вместо разности.

Ответ. на 90 единиц.

Разбор 4. Круговая диаграмма и доля от целого

Условие

Семейный бюджет равен 80 000 рублей. По диаграмме найдите общую сумму расходов на жильё и транспорт.

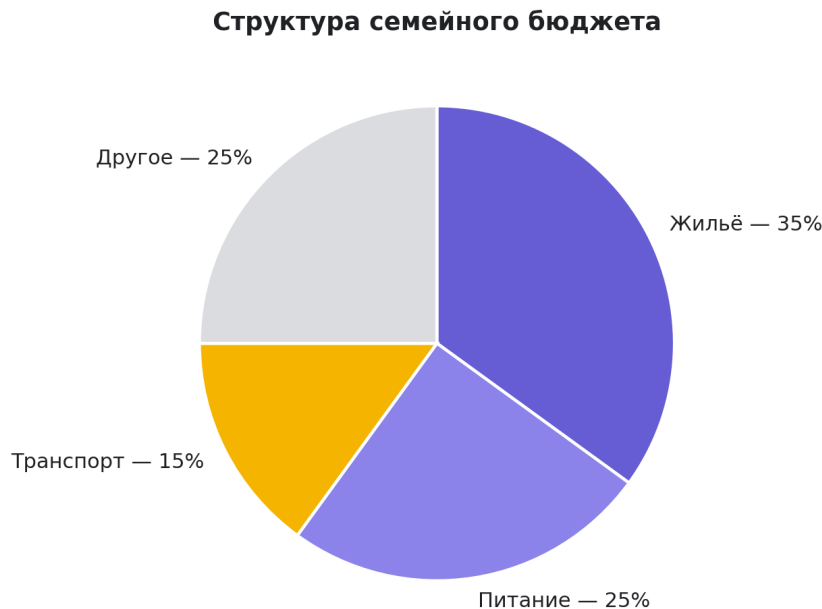


Рис. 3: Семейный бюджет: жильё 35%, питание 25%, транспорт 15%, другое 25%.

Короткое правило.

Сначала складываем нужные доли диаграммы, затем находим полученный процент от всего бюджета.

До вычислений.

Жильё и транспорт вместе занимают половину круга. Значит, ответ равен половине бюджета.

1. Складываем доли

$$35\% + 15\% = 50\%$$

Нужны две категории одной круговой диаграммы.

2. Находим половину бюджета

$$80\,000 \cdot 0,50 = 40\,000$$

50% - это половина целого.

Проверка. 40 000 составляет ровно половину от 80 000.

Типичная ошибка. Считать 35% и 15% отдельно, а затем забыть сложить суммы.

Ответ. 40 000 рублей.

40 000

Разбор 5. Среднее арифметическое и неизвестное значение

Условие

За шесть дней магазин продал 12, 15, 9, 18, 14 и x товаров. Среднее число продаж равно 14. Найдите x .

Короткое правило.

Среднее - это общая сумма, разделённая на число наблюдений. Если среднее известно, сначала восстанавливаем требуемую сумму.

До вычислений.

Пять известных значений дают 68. Для среднего 14 сумма шести значений должна быть 84, поэтому x будет около 16.

1. Находим требуемую общую сумму

$$14 \cdot 6 = 84$$

Если среднее равно 14, то шесть равных долей суммы дают 84.

2. Складываем известные значения

$$12 + 15 + 9 + 18 + 14 = 68$$

От общей суммы останется вычесть сумму пяти известных дней.

3. Находим пропущенное значение

$$x = 84 - 68 = 16$$

Пропущенное значение дополняет известную сумму до 84.

Проверка. $(68 + 16) : 6 = 84 : 6 = 14$.

Типичная ошибка. Разделить сумму пяти значений на 6 и принять это за искомое число.

Ответ.

$$16$$

Разбор 6. Медиана и размах

Условие

Для набора 12, 7, 9, 15, 9, 11, 20 найдите медиану и размах.

Короткое правило.

Перед поиском медианы данные обязательно упорядочивают. Размах равен разности максимума и минимума.

До вычислений.

В наборе семь чисел, поэтому медиана будет четвёртым числом упорядоченного ряда.

1. Упорядочиваем данные

$$7; 9; 9; 11; 12; 15; 20$$

Только после сортировки можно определить центральное положение.

2. Находим медиану

$$Me = 11$$

У трёх чисел значение не больше 11 и у трёх - не меньше 11.

3. Находим размах

$$R = 20 - 7 = 13$$

Размах показывает ширину диапазона от минимума до максимума.

Проверка. Медиана 11 лежит внутри диапазона $[7; 20]$, размах положителен.

Типичная ошибка. Брать четвертое число исходной, неупорядоченной записи.

Ответ. медиана 11, размах 13.

$$11; \quad 13$$

Разбор 7. Сравнение относительных частот**Условие**

В магазине А вернули 18 товаров из 600 проданных, в магазине В - 14 из 350. В каком магазине доля возвратов меньше?

Короткое правило.

Абсолютные числа нельзя сравнивать при разных объёмах продаж. Сначала приводим их к общей базе - доле или проценту.

До вычислений.

В магазине В возвратов меньше по количеству, но и продаж заметно меньше. Нужны проценты.

1. Находим долю возвратов в А

$$\frac{18}{600} = 0,03 = 3\%$$

Число возвратов делим на все продажи магазина А.

2. Находим долю возвратов в В

$$\frac{14}{350} = 0,04 = 4\%$$

Используем ту же модель для магазина В.

3. Сравниваем проценты

$$3\% < 4\%$$

После нормирования основания одинаковы - 100 продаж.

Проверка. На каждые 100 продаж приходится 3 возврата в А и 4 возврата в В.

Типичная ошибка. Выбрать В только потому, что 14 меньше 18.

Ответ. доля возвратов меньше в магазине А.

А

07. Основные формулы

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$f = \frac{m}{n}$$

08. Вопросы по теме

Чем медиана отличается от среднего?

Среднее зависит от суммы всех значений. Медиана определяется серединой упорядоченного ряда. Одно очень большое значение может заметно изменить среднее, почти не повлияв на медиану.

Можно ли сравнить группы по одному числу событий?

Можно, если вопрос именно о количестве. Если сравнивается доля событий и размеры групп разные, нужно разделить число событий на общий объём каждой группы.