



Урок 36. Повторные измерения

Часть 1. Материалы ученика

Основы исследовательской деятельности · 7–8 классы

Урок 36 из 64 · 45 минут · Модуль «Обработка данных»

Уровень: начинающий исследователь. Описываем данные и проверяем расчёты по полной серии.

Программа: <https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

Две серии дали одинаковое среднее $7\text{ }^{\circ}\text{C}$. Но одна лежит от $6,8$ до $7,2\text{ }^{\circ}\text{C}$, другая — от 6 до $8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Одного среднего недостаточно: научимся показывать разброс и не путать его с точностью.

Результат урока: Вычислить среднее, минимум, максимум и размах повторной серии; объяснить, что повторы показывают и чего они не доказывают.

01. Проблемная ситуация

0–5 минут. Серия А: $6,8$; $7,0$; $7,2\text{ }^{\circ}\text{C}$. Серия Б: 6 ; 7 ; $8\text{ }^{\circ}\text{C}$. За минуту найдите средние. В паре объясните, почему одинаковое 7 не означает одинаковую повторяемость. Нарисуйте на одной горизонтальной шкале пределы двух серий.

02. Понятия и разобранный пример

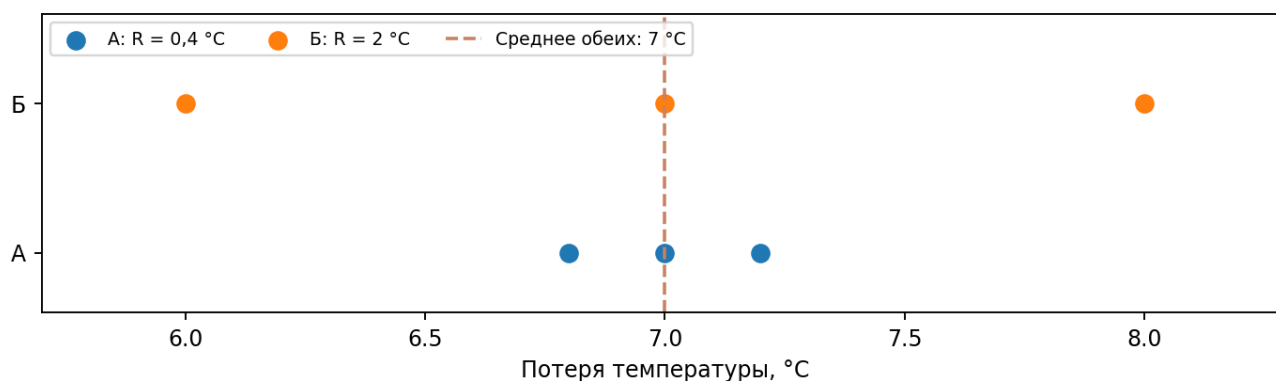
5–14 минут: 4 минуты на понятия, 3 на разобранный пример, 2 на объяснение способа партнёру.

Повторные измерения нужны для наблюдения разброса при достаточно одинаковых условиях. В этой теме повтор — отдельное испытание по общему протоколу, а не повторное переписывание одного показания. Сохраняют порядок, время и условия, чтобы заметить изменение метода.

Для серии найдите число наблюдений n , минимум $x_{\min}$, максимум $x_{\max}$ и размах $R = x_{\max} - x_{\min}$. Размах имеет те же единицы, что исходная величина. Среднее описывает положение серии, размах — её крайний разброс. По трём точкам размах чувствителен к отдельному значению; он не равен доказанной погрешности прибора и не задаёт доверительный интервал.

Малый разброс не гарантирует близости к опорному значению. Если прибор постоянно завышает на $2\text{ }^{\circ}\text{C}$, одинаковые повторы могут быть очень тесными, но смещёнными. Чтобы судить о смещении, нужен независимый опорный результат и проверка условий. Увеличение числа повторов не исправляет систематическую ошибку само по себе.

Разбор серий из начала. А: сумма $21,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $n = 3$, среднее $7,0\text{ }^{\circ}\text{C}$; минимум $6,8$, максимум $7,2$, размах $0,4\text{ }^{\circ}\text{C}$. Б: сумма $21\text{ }^{\circ}\text{C}$, среднее $7\text{ }^{\circ}\text{C}$; минимум 6 , максимум 8 , размах $2\text{ }^{\circ}\text{C}$. По этим трём наблюдениям А более тесная. Нельзя заключить «А точно до $0,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ »: размах серии не является паспортной точностью или полной неопределённостью измерения.



Учебные серии А и Б: одинаковое среднее $7\text{ }^{\circ}\text{C}$, разные размахи $0,4$ и $2\text{ }^{\circ}\text{C}$. Горизонтальная ось показывает потерю температуры в $^{\circ}\text{C}$.

03. Практика 1. Проверяем материал

Учебная серия П-36. Измеряли потерю температуры одинаковых образцов за 10 минут по одному протоколу; каждое значение относится к отдельному испытанию. Для первого анализа различия условий не известны.



Серия	Пять повторов потери температуры, °C
В	6,8; 7,0; 7,2; 6,9; 7,1
Г	5; 6; 7; 8; 9
Д	9,0; 9,1; 8,9; 9,0; 9,0
Примечание	Опорная истинная потеря для этих испытаний не задана. Серии учебные; сравнивают только доступные показатели.

14–25 минут. За 2 минуты проверьте число значений и единицы. За 4 составьте таблицу n , сумма, среднее, минимум, максимум, размах для В, Г, Д. За 3 сравните пары В/Г и В/Д. За 2 напишите вывод: где разброс меньше и что нельзя утверждать без опоры. Критерии: верные средние, размахи, различие разброса и смещения, сохранённые границы — 4 балла.

04. Практика 2. Перенос способа

25–33 минуты. Контроль прибора при опорных 20,0 °C: прибор К показывает 22,0; 22,1; 21,9 °C. Прибор Л показывает 19,6; 20,0; 20,4 °C. За 3 минуты найдите средние и размахи. За 3 опишите компромисс: повторяемость и смещение относительно опоры. За 2 предложите действие до использования прибора К. Здесь опорные 20,0 °C заданы как учебное условие; метрологическую неопределённость опоры отдельно не оценивают.

05. Обсуждение и границы вывода

33–40 минут. Можно ли читать дисплей одного застывшего показания пять раз и считать это пятью независимыми опытами? Сравните такой способ с пятью заново подготовленными испытаниями чехла. Назовите, какую изменчивость показывает каждый. Составьте правило для отчёта П-36: что считать повтором и что сохранять в журнале.

06. Индивидуальная проверка

40–45 минут. Серия: 12; 13; 11; 12 мм. Найдите n , среднее и размах. Напишите одно допустимое и одно недопустимое утверждение о точности, если опора неизвестна. Критерии: n , среднее с единицей, размах с единицей, граница вывода.



Часть 2. Ответы и материалы учителя

Практика 1: разбор и критерии

В: $n = 5$, сумма 35,0, среднее 7,0, минимум 6,8, максимум 7,2, $R = 0,4$ °C. Г: $n = 5$, сумма 35, среднее 7, минимум 5, максимум 9, $R = 4$ °C. Д: $n = 5$, сумма 45,0, среднее 9,0, минимум 8,9, максимум 9,1, $R = 0,2$ °C. В и Г имеют одинаковое среднее, но разный разброс. Д теснее В, однако без независимой опоры нельзя объявить Д ближе к истинному значению. По четырём критериям максимум 4. Не смешивайте сумму пяти измерений с физической потерей одного образца.

Практика 2: разбор и критерии

К: среднее 22,0 °C, $R = 0,2$ °C, разность среднего и опоры +2,0 °C. Л: среднее 20,0 °C, $R = 0,8$ °C, разность 0,0 °C. К даёт более тесную серию, но смещён относительно заданной опоры. Л в этой серии имеет среднее на опоре, но больший разброс. До работы с К — проверить процедуру и прибор по опоре; не вычитать 2 °C из любых будущих показаний без подтверждения модели поправки. Критерии: оба средних, оба размаха, смещение, действие без необоснованной универсальной поправки — 4 балла.

Обсуждение: возможный вывод

Пять чтений застывшего дисплея не показывают изменчивость подготовки и проведения пяти опытов. Повторное чтение может проверять считывание, но не заменяет независимую подготовку образцов. Для П-36 повтором называют отдельное испытание по общему протоколу; записывают ID, порядок, условия и результат. Если измерения зависимы, это явно отмечают, а не увеличивают формально объём серии.

Индивидуальная проверка: ответ и критерии

$n = 4$; среднее $(12 + 13 + 11 + 12) / 4 = 12$ мм; размах $13 - 11 = 2$ мм. Допустимо: «наблюдаемые значения лежат от 11 до 13 мм». Недопустимо: «истинная длина обязательно 12 мм» или «погрешность прибора равна 2 мм». По баллу за каждый критерий, максимум 4.

Учителю: подготовка и план на 45 минут

Подготовьте распечатку ученической части PDF либо экран, бумагу, ручки и простой калькулятор. Все документы, карточки, реплики и числовые серии даны в уроке. Реальные опыты, интервью и регистрация детей не нужны. Предпосылки: различать наблюдение и вывод, читать таблицу, находить среднее и процент. При необходимости напомните: среднее — сумма значений, делённая на их число.

7 класс: работайте по предложенным полям ответа, сначала объясняйте один выбор. 8 класс: дополнительно проверяйте альтернативу, независимость источников и границы числового вывода. В уроках 28–32 продолжается учебный проект бумажного чехла; в 33–37 его серии используются для обработки данных. Все исходные данные приведены. Интервалы включают чтение и запись; ответы открываются после самостоятельной попытки. Матрица программы относится к подготовке учителя, не к дополнительным минутам урока.

Минуты	Работа	Результат
0–5	Проблема	Вопрос и первое решение
5–14	Понятия и пример	Способ проверки
14–25	Практика 1	Карточка или таблица
25–33	Практика 2	Перенос способа
33–40	Обсуждение	Аргумент и ограничение
40–45	Индивидуальная проверка	Ответ по четырём критериям



07. Соответствие исходной программе

Пункт программы	Действие ученика	Проверяемый результат
Случайные и систематические погрешности; размах варьирования	Сравнить серии с одинаковым средним	Разброс не перепутан со смещением
Расчёт описательных статистик, работа № 18	Вычислить n , среднее и размах	Числа и единицы проверяемы по полной серии

Источники и права на изображения

Исходная программа курса

<https://schoolotzyv.ru/blog/osnovy-issledovatel'skoy-deyatelnosti-programma>

JCGM/BIPM. Repeatability of measurement — повторяемость измерения

<https://jcgmbipm.org/vim/en/2.21.html>

NIST/SEMATECH. Measures of Location

<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda351.htm>

Учебные протоколы, условные авторы, реплики и числовые серии созданы для обучения. Они не выдаются за реально проведённые опыты. Реальные справочные материалы NIST, ORI и JCGM/BIPM явно названы; их сведения не смешиваются с условными карточками. Иллюстрация создана для этого урока портала «Школы России», сторонние фотографии не используются. Внешние источники поддерживают понятия, но не являются источником учебных чисел. Проверка источников: 16.10.2026.