



Сложная вероятность

Задания для самостоятельной работы

40 заданий. Записывайте ход решения в тетради. Ответы и подробные разборы находятся в отдельном PDF этого урока.

Имя: _____

Дата: _____

01. Свойства и базовые методы: задания 1-10

Задание 1

Два независимых прибора исправны с вероятностями 0,8 и 0,9. Найдите вероятность, что исправны оба.

Задание 2

Стрелок дважды независимо попадает в цель с вероятностью 0,7 в каждом выстреле. Найдите вероятность хотя бы одного попадания.

Задание 3

В двух независимых испытаниях вероятность успеха каждый раз равна 0,6. Найдите вероятность ровно одного успеха.

Задание 4

События A и B несовместимы; $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,4$. Найдите $P(A \cup B)$ и определите, независимы ли эти события.

Задание 5

В двух автоматах продают чай. Вероятность отсутствия чая в каждом равна 0,2; вероятность, что чая нет сразу в обоих, равна 0,18. Найдите вероятность наличия чая в обоих автоматах.

Задание 6

Из 36-карточной колоды равновероятно выбрана карта. Известно, что это пиковая карта. В каждой масти девять карт, включая одного туза. Найдите вероятность, что выбрана карта «туз пик».

Задание 7

В урне три красных и два синих шара. Два шара последовательно выбирают случайно без возвращения. Найдите вероятность двух красных.

Задание 8

В урне три красных и два синих шара. Два шара последовательно выбирают случайно без возвращения. Найдите вероятность разных цветов.

Задание 9

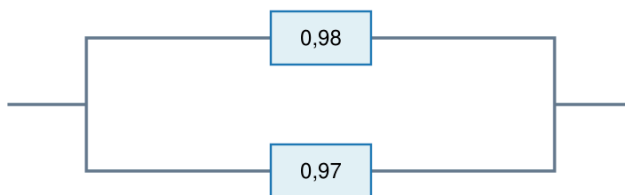
Система работает только при исправности обоих независимых узлов. Вероятности их исправности за рассматриваемое время равны 0,98 и 0,97. Найдите надёжность системы.



Последовательная система: требуется исправность обоих независимых узлов.

Задание 10

Система работает, если исправен хотя бы один из двух независимых узлов. Вероятности исправности узлов равны 0,98 и 0,97. Найдите надёжность системы.



Параллельная система: для работы достаточно одной исправной ветви.

02. Полная вероятность и схема Бернулли: задания 11-16

Задание 11

Изготовленная батарейка неисправна с вероятностью 0,03. Контроль бракует неисправную батарейку с вероятностью 0,91, а исправную - с вероятностью 0,01. Найдите вероятность браковки случайной батарейки.

Задание 12

На склад поступает 60% изделий первого завода и 40% второго. Доля брака на первом заводе 2%, на втором 5%. Случайно выбранное изделие оказалось бракованным. Найдите вероятность, что оно изготовлено вторым заводом.

Задание 13

Проводятся четыре независимых испытания с вероятностью успеха 0,8 в каждом. Найдите вероятность ровно трёх успехов.

Задание 14

Проводятся четыре независимых испытания с вероятностью успеха 0,8 в каждом. Найдите вероятность не менее трёх успехов.

Задание 15

Вероятность успеха в каждом из пяти независимых испытаний равна 0,3. Найдите вероятность ровно двух успехов.

Задание 16

Три поставщика дают 50%, 30% и 20% продукции. Вероятности брака у них соответственно 0,01; 0,02; 0,04. Найдите вероятность брака случайного изделия со склада.

03. Повторение пройденного: задания 17-20

Задание 17

Повторение. Из урны с пятью красными и четырьмя синими шарами одновременно равновероятно выбирают три отдельных шара. Найдите вероятность ровно двух красных.

Задание 18

Повторение. К 10 кг 20%-го раствора соли добавляют 50%-й раствор той же соли. Сколько килограммов надо добавить, чтобы получить 35%-й раствор? Потерь массы и вещества нет.

Задание 19

Повторение. Решите неравенство $\log_3(x+1) \leq 2$.

Задание 20

Повторение. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ на всей числовой прямой и точку его достижения.

04. Составные задачи: задания 21–30**Задание 21**

Основной канал работает с вероятностью 0,9. При его отказе включают резервный; условная вероятность успешной работы резерва при отказе основного равна 0,8. Найдите вероятность успешной передачи.

Задание 22

В независимых попытках вероятность успеха каждый раз равна 0,4. Найдите вероятность, что первый успех произойдёт именно в третьей попытке.

Задание 23

В тесте пять вопросов, у каждого четыре варианта и ровно один правильный. Ученик на каждом вопросе независимо равновероятно выбирает вариант. Найдите вероятность ровно двух верных ответов.

Задание 24

Три стрелка независимо делают по одному выстрелу. Вероятности попадания равны 0,8; 0,7; 0,6. Найдите вероятность ровно двух попаданий.

Задание 25

Игрок выигрывает каждую партию с вероятностью 0,6 независимо от остальных. Ничьих нет. Матч заканчивается, когда кто-то выиграет две партии. Найдите вероятность победы игрока в матче.

Задание 26

Независимая попытка успешна с вероятностью 0,2. Какое наименьшее натуральное число попыток обеспечивает вероятность хотя бы одного успеха не меньше 0,9?

Задание 27

Три независимых стрелка попадают с вероятностями 0,8; 0,7; 0,6. Известно, что попаданий не меньше двух. Найдите вероятность, что попали все трое.

Задание 28

В партии 20% деталей дефектны. Сигнализатор даёт сигнал для дефектной детали с вероятностью 0,9, для исправной - с вероятностью 0,1. Случайная деталь вызвала сигнал. Найдите вероятность её дефектности.

Задание 29

В первой урне 3 белых и 2 чёрных шара, во второй 2 белых и 3 чёрных. Из первой урны случайно перекладывают один шар во вторую, перемешивают и выбирают из второй случайный шар. Он оказался белым. Найдите вероятность, что переложённый шар был белым.

Задание 30

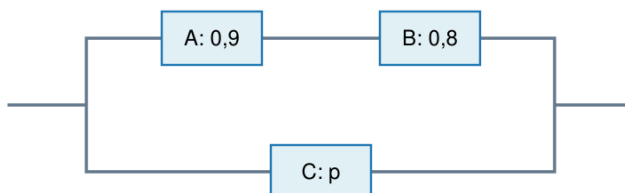
Два правильных кубика бросили независимо. Известно, что сумма очков не меньше 10. Найдите вероятность, что на первом кубике выпало 6.

05. Развёрнутое обоснование: задания 31-34**Задание 31**

Два независимых испытания имеют одну и ту же вероятность успеха p . Вероятность ровно одного успеха равна $\frac{3}{8}$, а успех в отдельном испытании вероятнее неудачи. Найдите p .

Задание 32

Узлы A и B включены последовательно и исправны с вероятностями $0,9$ и $0,8$. Параллельно всей этой ветви включён узел C с вероятностью исправности p . Исправности всех трёх узлов независимы. При каких p надёжность системы не меньше $0,93$?



Верхняя ветвь содержит A и B последовательно; C резервирует всю верхнюю ветвь.

Задание 33

Дефектны 2% деталей. Каждый из двух контролёров обнаруживает дефект с вероятностью $0,9$ и ошибочно сигнализирует об исправной детали с вероятностью $0,1$. При фиксированном состоянии детали решения контролёров независимы. Оба дали сигнал. Найдите вероятность дефекта. Можно ли считать сигналы независимыми без условия о состоянии?

Задание 34

Сегодня сухо. Если день сухой, следующий дождлив с вероятностью $0,3$; если дождливый, следующий дождлив с вероятностью $0,6$. Эти вероятности зависят только от текущего дня, а не от более ранней погоды. Найдите вероятность дождя через три дня.

06. Сложные задачи и параметры: задания 35-40**Задание 35**

В двух независимых испытаниях вероятность успеха одна и та же, $p \in [0; 1]$. Для каждого действительного a определите все p , при которых вероятность ровно одного успеха равна a , и число таких значений p .

Задание 36

Известно $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, а $P(A \cap B) = t$. Найдите все допустимые t , все возможные значения $P(A | B)$ и значение t , при котором события независимы. Докажите реализуемость всех найденных значений.

Задание 37

Два независимых резервирующих канала имеют надёжности $p, q \in [0; 1]$, причём $p + q = 1, 2$. Система работает при исправности хотя бы одного канала. Найдите наименьшую и наибольшую надёжность системы и все пары $(p; q)$, на которых они достигаются.

Задание 38

В урне три белых и два чёрных шара. Первый случайно выбранный шар возвращают; затем добавляют один белый, если выбран белый, и два чёрных, если выбран чёрный. После перемешивания выбирают второй шар. Он оказался белым. Найдите вероятность, что первый шар был белым.

Задание 39

Игроки А и Б по очереди пытаются выполнить задание, начиная с А. Вероятности успеха А и Б равны соответственно 0,4 и 0,5 в каждой попытке; все попытки независимы. Игра заканчивается при первом успехе. Найдите вероятность победы А и докажите, что вероятность бесконечной игры равна нулю.

Задание 40

Проводятся пять независимых испытаний с одной вероятностью успеха $p \in [0; 1]$. Известно, что успехов не меньше трёх. При каких p условная вероятность ровно трёх успехов не меньше $\frac{1}{2}$?

Отдельно найдите p , при котором она равна $\frac{5}{12}$.